

LATVIJAS UNIVERSITĀTE
FIZIKAS UN MATEMĀTIKAS FAKULTĀTE



Gunta Lāce

**Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju
kompetence matemātikas didaktikā**

Disertācijas kopsavilkums

**Doktora zinātniskā grāda iegūšanai matemātikā
Apakšnozare: modernā elementārā matemātika un matemātikas didaktika**

Promocijas darba vadītājs:
profesors, *Dr. habil. mat.* **Agnis Andžāns**

Rīga, 2010

Promocija darbs izstrādāts Latvijas Universitātes Fizikas un matemātikas fakultātes Matemātikas nodaļā un A. Liepas Neklātienes matemātikas skolā laika posmā no 2005. gada līdz 2010. gadam.

Promocijas darba forma: disertācija

Promocijas darba zinātniskais vadītājs:

Profesors, *Dr. habil. mat.* **Agnis Andžāns** (LU)

Darba recenzenti:

1. *Dr. mat., asoc. prof.* **Andrejs Cibulis** (Latvijas Universitāte, Rīga, Latvija)
2. *Dr. mat., prof.* **Mati Abels** (Tartu Universitāte, Tartu, Igaunija)
3. *Dr. mat., doc..* **Romualds Kašuba** (Viļņas Universitāte, Viļņa, Lietuva)

Darba aizstāvēšana notiks Latvijas Universitātes matemātikas zinātņu nozares promocijas padomes atklātā sēdē 2010.gada 1.decembrī, plkst. 16:30, Rīgā, Zeļļu ielā 8, Latvijas Universitātes Fizikas un matemātikas fakultātē, 241. auditorijā.

Ar promocijas darbu un tā kopsavilkumu var iepazīties Latvijas Universitātes Zinātniskajā bibliotēkā, Rīgā, Kalpaka bulvārī 4.

LU Matemātikas zinātnes nozares

speciālās promocijas padomes priekšsēdētājs:

vadošais pētnieks, *Dr. habil. mat.* **Andris Buiķis**

© Latvijas Universitāte, 2010

© Gunta Lāce, 2010

ISBN

Anotācija

Darbā analizēta Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju kompetence matemātikas didaktikā - mērķtiecīga mācību procesa plānošana, prasme daudzveidīgi izskaidrot mācību saturu skolēniem, mērķtiecīgs darbs ar uzdevumiem, pamatota mācību metožu un darba formu izvēle, diferencēts darbs ar dažādu spēju skolēniem, izpratne par vērtēšanu un prasme to īstenot, IT mērķtiecīga lietošana mācību procesā.

Izmantojot interviju satura analīzi, stundu novērojumu analīzi, anketēšanu un testēšanu, veikts Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju kompetences matemātikas didaktikā kvalitatīvs novērtējums un apzinātas iespējas to uzlabot.

Darbā analizēti skolotāju kompetenci matemātikas didaktikā ietekmējošie faktori – kompetence matemātikā, subjektīvās teorijas par matemātiku un tās mācīšanu, ar mācību procesu saistītās skolotāju personības iezīmes.

Saturs

Vispārīga informācija par promocijas darbu.....	5
1. Ievads	6
2. Pētījuma metodoloģija	7
3. Promocijas darba galvenie rezultāti	9
3.1. Matemātikas skolotāju kompetences matemātikas didaktikā struktūra.....	9
3.2. Pamatskolas matemātikas skolotāju kompetenci matemātikas didaktikā ietekmējošie faktori	10
3.2.1. Matemātikas skolotāju kompetence matemātikā	10
3.2.2. Matemātikas skolotāju subjektīvās teorijas par matemātiku un tās mācīšanu.....	10
3.3. Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju kompetences matemātikas didaktikā izvērtējums	12
3.3.1. Mērķtiecīga mācību procesa plānošana	12
3.3.2. Prasme daudzveidīgi izskaidrot mācību saturu skolēniem	13
3.3.3. Darbs ar uzdevumiem.....	15
3.3.4. Pamatota mācību metožu un darba formu izvēle.....	20
3.3.5. Diferencēts darbs ar dažādu spēju skolēniem.....	21
3.3.6. Izpratne par vērtēšanu un prasme to īstenot mācību procesā	24
3.3.7. Mērķtiecīga IT lietošana mācību procesā	27
3.4. Promocijas darbā analizētās iespējas uzlabot Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju kompetenci matemātikas didaktikā.	29
4. Promocijas darbā izdarītie secinājumi un rekomendācijas	31
Iegūto rezultātu praktiskie pielietojumi	32
Praktisko pielietojumu sabiedriskais novērtējums.....	32
Darba aprobācija kongresos un konferencēs.....	33
Promocijas darbā izmantotā literatūra	34
1. Autores publikācijas	34
2. Citu autoru darbi.....	37
3. Izklāstā minētie normatīvie dokumenti	39
4. Interneta resursi	39

Vispārīga informācija par promocijas darbu

1. DARBA FORMA: disertācija. Disertācija sastāv no ievada, četrām nodaļām un literatūras saraksta. Darba apjoms ir 59 lappuses.
2. PROMOCIJAS DARBA SATURS

PĒTĪJUMA PRIEKŠMETS: Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju kompetence matemātikas didaktikā.

PĒTĪJUMA MĒRĶIS: iepazīstoties ar citu Eiropas valstu pieredzi, izveidot Latvijas skolotāju darba pienākumiem atbilstošu kompetences modeli un kvalitatīvi izvērtēt Latvijas pamatskolas skolotāju kompetenci matemātikas didaktikā.

PĒTĪJUMA UZDEVUMI: izstrādāt un aprakstīt Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju kompetences matemātikas didaktikā struktūru, veikt Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju kompetences matemātikas didaktikā kvalitatīvu novērtējumu, apzināt iespējas uzlabot Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju profesionālo kompetenci matemātikas didaktikā.

PĒTĪJUMA METODES: literatūras studijas, intervēšana, anketēšana, stundu vērošana un analizēšana, skolotāju testēšana, teorētisku vispārinājumu veikšana, secinājumu aprobācija praksē un zinātniskos kontaktos.

GALVENIE REZULTĀTI: Izveidots Latvijas skolotāju darba pienākumiem atbilstošs kompetences modelis - pirmo reizi aprakstīta Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju kompetences matemātikas didaktikā struktūra. Pirmo reizi veikts Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju kompetences matemātikas didaktikā kvalitatīvs novērtējums. Pētot citu valstu pieredzi, apzinātas iespējas uzlabot Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju profesionālo kompetenci matemātikas didaktikā.

DALĪBA ZINĀTNISKOS UN SADARBĪBAS PROJEKTOS: Pētījumi tika veikti ar sekojošu projektu atbalstu- „Doktorantu un jauno zinātnieku pētniecības darba atbalsts Latvijas Universitātē”, ESF projekts, Latvijas Universitāte, (2005-2008), „Atbalsts doktora studijām Latvijas Universitātē”, ESF projekts, Latvijas Universitāte, (2009-2010).

1. Ievads

Tāda matemātikas mācību procesa nodrošināšana, kurā domāšana un runāšana par matemātiku aizstāj fokusēšanos uz vienīgās pareizās atbildes meklēšanu pēc algoritmiem, kurus skolēns neizprotot iemācās no galvas un aizmirst tūlīt pēc atbilstošā pārbaudes darba uzrakstīšanas, ir stratēģija, kura var palīdzēt izveidot sabiedrību, kurā visi tās locekļi ir pārliecināti, ka viņi var nodarboties ar matemātiku (Leuders 2003; Van de Walle u.c. 2010⁷). Lai šādu procesu nodrošinātu, ir vajadzīgi kompetenti matemātikas skolotāji.

Izglītības likuma 51. pantā noteikts [D1], ka viens no pedagoga pienākumiem ir pilnveidot savu profesionālo kompetenci, bet nevienā no normatīvajiem aktiem, kas regulē izglītības sistēmas darbību Latvijā, autorei neizdevās atrast, kas tiek saprasts ar vārdiem *pedagoga profesionālā kompetence didaktikā*. Skolotāja darba pienākumus Latvijā nosaka Izglītības likums [D1] un profesijas standarts [I5], kurš apstiprināts ar IZM 2004. gada 27. februāra rīkojumu Nr.116. Šajā standartā ir nosauktas arī skolotājam nepieciešamās zināšanas un prasmes. Tā kā standarts paredzēts visu izglītības posmu un visu mācību priekšmetu skolotājiem, tajā aprakstītas tikai vispārējās skolotājam nepieciešamās zināšanas un prasmes, konkrēto mācību priekšmetu didaktiku sīkāk neapskatot. Tātad Latvijā šobrīd nav noteikts, kas ir jāzina, jāprot un jādara kompetentam **matemātikas** skolotājam.

Šobrīd Eiropā aktuālākajos pētījumos par matemātikas skolotāju profesionālo kompetenci MT21 un COACTIVE (Blömeke u.c., 2008; Brunner u.c., 2006) matemātikas skolotāju profesionālā kompetence tiek vērtēta šādos aspektos - kompetence matemātikā, kompetence pedagogijā un psiholoģijā un kompetence matemātikas didaktikā.

Dažādu autoru izstrādātie matemātikas skolotāju kompetences modeļi atšķiras, bet vienots ir viedoklis par to, ka kompetence sevī ietver zināšanas un prasmes, kas nepieciešamas veiksmīgai darba pienākumu izpildei. Viens no Latvijas matemātikas skolotāju darba pienākumiem ir nodrošināt skolēniem iespēju iegūt izglītību, kura atbilst izglītības standartos formulētajām prasībām. Izglītības standarts pamatskolā un vidusskolā ir atšķirīgs, tātad neredz atšķirīgas varētu būt arī tā īstenošanai nepieciešamās skolotāja kompetences.

Promocijas darbā autore ir sīkāk strukturējusi pamatskolas matemātikas skolotāju kompetenci matemātikas didaktikā un veikusi tās kvalitatīvu izpēti.

Lai analizētu skolotāju profesionālo kompetenci, autore balstās uz to, kādi ir skolotāja galvenie profesionālie pienākumi, un uz pieņēmumu, ka kompetences pamatā esošās spējas, zināšanas un prasmes ietekmē arī skolotāju pārliecība, vērtības un motivācija (Helmke, 2009).

2. Pētījuma metodoloģija

Autorei neizdevās atrast nevienu grāmatu latviešu valodā, kura atbilstu pētījuma tematikai un būtu izdota pēdējo trīsdesmit gadu laikā. Tāpēc pētījuma teorētisko bāzi veido, galvenokārt, citu Eiropas valstu matemātikas didaktiķu atziņas. Teorētiskajā daļā analizēti šobrīd Eiropā populārākie skolotāju kompetences modeļi (Baumert / Kunter, 2006; Oser, 2001; Terhart, 2002). Kritiski izvērtējot to atbilstību Latvijas situācijai, autore atbildējusi uz jautājumu, **kādaļ būtu jābūt** pamatskolas matemātikas skolotāja kompetencei matemātikas didaktikā un kādi faktori šo kompetenci ietekmē.

Lai atbildētu uz jautājumu, **kāda ir** Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju kompetence matemātikas didaktikā, autore veikusi praktisko pētījumu, kurā tika iesaistīti skolotāji no dažādiem Latvijas reģioniem (bijušajiem Aizkraukles, Cēsu, Ludzas, Talsu rajoniem un Rīgas Vidzemes priekšpilsētas), kuri pasniedz matemātiku 5.-9. klašu skolēniem.

Kopā pētījumā tika iesaistīti 98 matemātikas skolotāji no minētajiem reģioniem. Tas ir pietiekams izlases lielums, lai varētu izdarīt kvalitatīva rakstura secinājumus par vispārējām tendencēm. Pētījumā iegūtie kvantitatīvie dati attiecināmi tikai uz izlasi un nav vispārināmi.

Praktiskais pētījums sastāv no vairākām atsevišķām daļām, kuras tika īstenotas minētajos reģionos laika posmā no 2006. gada novembra līdz 2009. gada augustam. Datu vākšanu veica darba autore. Visi pētījuma instrumenti vispirms tika aprobēti darbā ar pamatskolu matemātikas skolotājiem Valmierā. Šādu autore izvēli noteica ģeogrāfiskais izdevīgums.

Skolotāju subjektīvās teorijas par to, kas ir matemātika, kā skolēni to mācās, kā matemātiku vajadzētu mācīt un kā skolotāji to māca, tika pētītas, izmantojot daļēji strukturētas intervijas. Pamatjautājumi intervijās bija vienādi, bet papildjautājumi bija atkarīgi no skolotāju atbildēm uz pamatjautājumiem. Intervijas notika skolotāju izvēlētās telpās viņu skolā. Katras intervijas ilgums bija aptuveni 40 minūtes. Intervijas tika ierakstītas. Pēc tam tika veikta transkripciju satura analīze (Roth, 2005).

Lai raksturotu skolotāju kompetenci daudzveidīgi izskaidrot mācību saturu, skolotāji tika lūgti rakstiski pēc iespējas vairāk veidos izskaidrot iedomātam skolēnam skaitliskas vienādības, par kurām, balstoties uz autore praktiskā darba pieredzi, skolēniem parasti rodas jautājumi. Pēc tam tika veikta skaidrojumu satura analīze (Mayring, 2008).

Skolotāji aizpildīja arī pašvērtējuma anketu, kurā izvērtēja savu kompetenci pēc 42 kritērijiem. Par katru kritēriju viņi atzīmēja savu vērtējumu uz skalas:

Nepiekrītu ←————→ Pilnīgi piekrītu

Pēc tam vērtējumiem tika piekārtotas skaitliskās vērtības skalā no 0 līdz 10, kur „nepiekrītu” atbilst 0, bet „pilnīgi piekrītu” atbilst 10. Tika veikta vērtējumu statistiska apstrāde.

Anketēšana un testēšana notika skolotāju metodisko sanāksmju laikā. Pirms sanāksmēm skolotāji tika informēti, ka šāda anketēšana vai testēšana notiks. Autore ir vienojusies ar skolotājiem, ka viņi tiks iepazīstināti ar pētījuma rezultātiem.

Savu viedokli par matemātiku un matemātikas stundām pauda arī Valmieras skolu 8. klašu skolēni un īpaši talantīgie skolēni no LU NMS matemātikas pulciņa. Arī viņi stundas vērtēja pēc autores dotiem kritērijiem, par katru no tiem atzīmējot uz skalas, cik lielā viņi tam piekrīt. Matemātikas pulciņa dalībnieki piedalījās arī fokusgrupas diskusijā (Roth, 2005), kurā plašāk raksturoja savu darbību matemātikas stundās.

Lai izdarītu secinājumus par skolotāju kompetenci darbam ar uzdevumiem, tika pētīts, kādus uzdevumus skolotāji iekļauj mācību procesā, analizējot skolēnu pierakstu burtnīcas. Šajā pētījuma daļā piedalījās 32 skolotāji. Viņi tika lūgti iesniegt analizēšanai divu čaklāko, kārtīgāko un pēc skolotāja domām matemātikā iespējami spējīgāko skolēnu burtnīcas katrā viņu mācītajā klasē. Ja skolotājs mācību procesā izmanto arī kādus papildus materiālus, piemēram, darba burtnīcas, arī tās tika pievienotas pierakstu burtnīcām. Katrā klasē tika analizēti vienai tēmai atbilstošie uzdevumi. Piemēram, 6. klasē tēma „Darbības ar pozitīviem un negatīviem skaitļiem”, 7. klasē tēma – „Nevienādības”. Iegūtie rezultāti dažādās tēmās bija ļoti līdzīgi, kas ļauj secināt, ka tie raksturo vispārējās tendences. Šie paši skolotāji iesniedza satura analīzei pašu sastādītus pārbaudes darbus, katrs skolotājs divus darbus pēc savas izvēles.

Lai varētu raksturot skolotāju prasmes didaktikā, tika vērotas stundas skolotājiem, kuri paši brīvprātīgi pieteicās, tāpēc pastāv iespēja, ka citu skolotāju stundas varētu būt metodiski vājākas, jo autore pieņem, ka vadīt atklātās stundas piedāvāja skolotāji, kuri jūtas pārliecināti par savu kompetenci. Vērojot stundas, tika veikts to audioieraksts, kurš pēc tam tika analizēts kopā ar novērojuma protokolā fiksēto. Pilnīgākas iespējas stundu satura analīzei sniegtu to filmēšana, bet tā tehniski nebija iespējama. Kopā autore vēroja un analizēja 23 matemātikas stundas iepriekš minēto reģionu skolās. Tas ir pietiekams skaits, lai varētu izdarīt kvalitatīva rakstura secinājumus par kopīgajām tendencēm.

3. Promocijas darba galvenie rezultāti

3.1. Matemātikas skolotāju kompetences matemātikas didaktikā struktūra

Balstoties uz iepriekš minētajiem starptautiski atzītajiem skolotāju kompetences modeļiem (Oser, 2001; Terhart, 2002; Baumert / Kunter 2006; I1), kognitīvo izziņas teoriju (Edelmann, 2006⁶; Geidžs / Berliners, 1999) , Izglītības likumā [D1] formulētajiem skolotāja darba pienākumiem Latvijā un Ministru kabineta noteikumiem nr.1027 par valsts standartu pamatizglītībā un pamatizglītības mācību priekšmetu standartiem [D3], autore iesaka matemātikas skolotāja kompetenci matemātikas didaktikā strukturēt šādi (skatīt 1. attēlā):



1. attēls Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju kompetences modelis matemātikas didaktikā

3.2. Pamatskolas matemātikas skolotāju kompetenci matemātikas didaktikā ietekmējošie faktori

Skolotāja kompetenci matemātikas didaktikā ietekmē viņa kompetence matemātikā, subjektīvās teorijas par matemātiku un tās mācīšanu, kā arī ar mācību procesu saistītās skolotāja personības iezīmes.

3.2.1. Matemātikas skolotāju kompetence matemātikā

Paši elegantākie mācīšanas/ mācīšanās scenāriji neko nedos, ja skolotājiem trūks matemātikas zināšanu. Ir pierādīts (Bromme, 1997), ka kaut arī nav tiešas sakarības starp skolotāja priekšmeta zināšanām un klases mācību sasniegumiem, jo skolotāji savu zināšanu trūkumu var dažādi kompensēt, tomēr netieši zināšanu trūkums ietekmē mācību procesa vadīšanu.

Tas, ka skolotāja nepietiekamās matemātikas zināšanas ietekmē stundu kvalitāti, novērojams arī Latvijas matemātikas skolotāju stundās. Promocijas darbā sniegti piemēri, kas apliecina, ka daudzu pētījumā iesaistīto skolotāju matemātikas zināšanas ir nepilnīgas un gandrīz pusei no pētījumā iesaistītajiem skolotājiem nav skaidrs, kas matemātikā uzskatāms par pamatojumu.

Analizēta novērotajās matemātikas stundās fiksētā tendence, ka bieži skolotāji neprecīzi un pat nepareizi lieto matemātiskos jēdzienus un matemātikas pierakstu.

Savas zināšanas matemātikā pētījumā iesaistītie skolotāji paši 10 ballu skalā vidēji vērtē ar 7. Vismaz 25% no pētījumā iesaistītajiem skolotājiem savas zināšanas nevērtē augstāk par 6.

Autore secina, ka matemātikas kompetences trūkums varētu būt ļoti grūti labojams, jo katram skolotājam, kuram ir nepilnīgas matemātikas zināšanas, problēmas ir atšķirīgas, tāpēc tās nevar labot kopīgos tālākizglītības kursus.

Plānojot mācību procesu topošajiem matemātikas skolotājiem, īpaša uzmanība veltāma tam, lai viņi studiju laikā iegūtu ne tikai zināšanas augstākajā matemātikā, bet arī padziļinātu izpratni par skolas kursā aplūkojamo matemātikas saturu. Šis jautājums īpaši aktuāls šobrīd, kad par matemātikas skolotājiem izvēlas kļūt arī jaunieši, kuru zināšanas matemātikā, skolu beidzot, nav bijušas izcilas. Ļoti iespējams, ka viņi paši nemaz neapzinās nepilnības savās matemātikas zināšanās, tāpēc var mācīt skolēniem nepareizu matemātiku.

3.2.2. Matemātikas skolotāju subjektīvās teorijas par matemātiku un tās mācīšanu

Tiek uzskatīts, ka skolotāja profesionālo kompetenci būtiski ietekmē viņa subjektīvās teorijas un pārliecība par to, kas ir matemātika un kā skolēni to apgūst (Keiser / Vollsted, 2007; Helmke, 2009). Subjektīvās teorijas ir būvētas un strukturētas līdzīgi kā zinātniskās teorijas,

tomēr tām trūkst rūpīga izvērtējuma, lielākoties tās balstītas vienīgi personiskajā pieredzē, t.i., tās skaidro skolotāja mācīšanas un mācīšanās pieredzi. Ir izpētīts, ka skolotāja darbību tās ietekmē vairāk nekā zinātniskās teorijas (Bromme u.c., 2006).

Balstoties uz skolotāju izteikumiem intervijās, var secināt, ka vairums pamatskolas matemātikas skolotāju matemātiku uzskata no cilvēka neatkarīgi pastāvošu un nemainīgu faktu un sakarību kopumu, ko skolēnam vienkārši ir jāiemācās, īpaši neapšaubot tā patiesumu. Tajā pašā laikā skolotāji vēlas, lai skolēni būtu aktīvi. Šeit parādās pretruna, kuru skolotāji var atrisināt, mainot savu uz instrukcijām un formālismu balstīto mācīšanu uz tādu, kura stimulētu skolēnu aktivitāti.

Otrs lielākais skolotāju subjektīvo teoriju virziens ir teorijas, kuras matemātiku uzskata par instrumentu, kurš palīdz pētīt un aprakstīt realitāti ap mums. Šo virzienu vairāk pārstāv skolotāji, kuri nesen pabeiguši augstskolu, tāpēc var secināt, ka šis virziens nostiprinās izglītības reformu iespaidā. Šī virziena pārstāvji atzinīgi izsakās par dažādu pētniecisku metožu izmantošanu stundās, par tādu uzdevumu risināšanu, kuri saistīti ar reālās dzīves problēmām, bet riskanti ir tas, ka viņi nenovērtē deduktīvo spriedumu nozīmību matemātikas stundās.

Promocijas darbā pētītas arī skolotāju subjektīvās teorijas par skolēnu mācību motivāciju, mācību grūtībām un dažādu metožu lietošanas nepieciešamību stundās.

Lielākoties skolotāji uzskata, ka mācību procesa neveiksmēs vainojama zema skolēnu mācību motivācija, kuras pamatā ir vecāku neieinteresētība, slikta audzināšana ģimenē un sabiedrībā valdošais noskaņojums, kurš nenovērtē izglītības nozīmi. Skolotāji uzskata, ka viņi skolēnu mācību motivāciju var ietekmēt tikai, izmantojot vērtēšanu ar atzīmi. Kopumā skolotāji uzskata, ka viņu iespējas ietekmēt skolēnu mācību motivāciju ir ļoti mazas.

Skolēnu mācību grūtības skolotāji skaidro ar iedzimtību, nelabvēlīgiem sociālajiem faktoriem un to, ka „*skolēni vienkārši nemācās*”, līdz ar to netieši norādot, ka skolotājs šajās grūtībās nevar palīdzēt un nav par tām atbildīgs.

Promocijas darba trešajā nodaļā analizēta matemātikas skolotāju subjektīvā pārliecība par to, kādas metodes vajadzētu izmantot matemātikas mācību procesā un kā vajadzētu vērtēt skolēnu sasniegumus. Darbā analizētas arī ar mācību procesu saistītas skolotāja personības iezīmes – motivācija, aizrautība un entuziasms, uzcītība un gribasspēks, gatavība izvērtēt savu darbu. Skolotāju kompetences matemātikas didaktikā struktūra un to ietekmējošie faktori aplūkoti arī autores darbos [A2], [A8], [A11], [A12], [A13], [A18], [A19], [A22] un [A23].

3.3. Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju kompetences matemātikas didaktikā izvērtējums

Promocijas darba 3. nodaļā analizēta Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju kompetence matemātikas didaktikā, izmantojot autores izstrādāto skolotāja kompetences modeli matemātikas didaktikā. Secinājumi par to, **kāda būtu jābūt** kompetencei didaktikā, izdarīti balstoties uz kognitīvo izziņas teoriju (Edelmann, 2000⁶; Geidžs / Berliners, 1999), vācu valodā pieejamo teorētisko literatūru matemātikas didaktikā (Leuders, 2003, 2001; Bruder u.c., 2008; Zech 2002¹⁰ u.c.) un to, kādi ir ar matemātikas mācīšanu saistītie Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāja pienākumi [D1], [I5]. Kvalitatīvie secinājumi par to, **kāda ir** Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju kompetence matemātikas didaktikā, iegūti, analizējot autores veikto empīrisko pētījumu – interviju, stundu novērojumu, skolotāju un skolēnu aptauju, testēšanas un skolēnu pierakstu satura analīzes rezultātus.

3.3.1. Mērķtiecīga mācību procesa plānošana

Tā kā Ministru Kabineta noteikumi nr. 1027 par valsts standartu pamatizglītībā un pamatizglītības mācību priekšmetu standartiem (turpmāk tekstā – standarts) [D3] nosaka tikai skolēnam sasniedzamo rezultātu konkrēta izglītības posma noslēgumā, tad skolotājs ir tas, kurš plāno mācību procesu katra konkrētā izglītības posma ietvaros. Skolotājs izvirza mācību mērķus un plāno mācību satura apguvi tā, lai tā būtu loģiska gan no izziņas darbības, gan no matemātikas satura viedokļa. Skolotājam jāveido mācību process tā, lai matemātika tiktu apgūta no vieglākā uz grūtāko un no konkrētā uz abstrakto (sevišķi – pamatizglītības posmā). Katra mācību stunda jāplāno, ievērojot skolēnu priekšzināšanas konkrētajā jautājumā. Vairums pētījumā iesaistīto Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju atzina, ka viņi plāno mācību procesu, vadoties no mācību grāmatas, t.i., matemātikas satura izvēlē pilnībā paļaujas uz mācību grāmatu autoriem. Gan intervijas ar skolotājiem, gan stundu vērojumi liecina par to, ka tikai atsevišķi matemātikas skolotāji plāno savu darbu, balstoties uz skolēnam sasniedzamo rezultātu. Vairumā gadījumu mācību process tiek plānots tikai matemātikas satura dimensijā, nerēķinoties ar konkrēto apmācāmo skolēnu izziņas vajadzībām. t.i., nepieciešamību veidot saistītas zināšanas, vispirms aktualizējot priekšzināšanas un stundas beigās pārdomājot, kā jauniegūtās zināšanas saistās ar skolēnu pieredzi.

Intervētajiem skolotājiem tika jautāts, kādi, viņuprāt, ir galvenie matemātikas mācīšanas mērķi pamatskolā. Atbildes liecina par to, ka vairums skolotāju ikdienas darbā, domājot par šo jautājumu, nebalstās uz teorētiskām zināšanām didaktikā. Bieži skolotāji matemātiku nemāca kā pašu par sevi vērtīgu un interesantu zinātni, bet tikai kā līdzekli, lai skolēni varētu īstenot sabiedrībā pieņemtos karjeras mērķus.

Ja skolotāji formulē precīzus mērķus, tie lielākoties ir saistīti ar konkrēta matemātikas satura apguvi. Skolotāji, kuri nesen ieguvuši augstāko izglītību, formulējot mērķus, min prasmi risināt patstāvīgi ar realitāti saistītus, praktiska satura uzdevumus, dažkārt – modelēšanas uzdevumus. Bez intervētāja papildjautājumiem, lielākoties, skolotāji nosauc mērķus, kuri saistīti ar pamatzināšanu, prasmju apguvi un problēmrisināšanas prasmju attīstīšanu, dažkārt arī emocionālus, ar motivāciju saistītus mērķus. Argumentēšanu, pamatošanu un pierādīšanu, lielākoties, skolotāji saista ar ģeometrijas kursu. Skolotāji ļoti vāji izprot matemātiskās modelēšana jēgu. Intervijās bieži modelēšana tiek skaidrota tikai kā zīmējuma veidošana vai telpiskas figūras modeļa pagatavošana.

3.3.2. Prasme daudzveidīgi izskaidrot mācību saturu skolēniem

Balstoties uz kognitīvajām mācību teorijām, sekmīgs mācību process iespējams tikai, veidojot savstarpēji saistītas zināšanas. Kognitīvo mācību teoriju atziņas saistās ar vairākiem jau no senatnes zināmiem mācību principiem:

- skolotājam jāpiedāvā informācija tā, lai tiktu iesaistīti pēc iespējas vairāki uztveres kanāli (redze, dzirde, tauste). Nozīmīgs ir arī mācību emocionālais fons.
- jo daudzveidīgākas ir kognitīvās saites, kurās matemātiskais jēdziens vai likumsakarība ir iesaistīta, jo vieglāk ir to nepieciešamības gadījumā aktivizēt. Tāpēc ir ļoti svarīgi, lai trenējot kādas konkrētas prasmes, tas tiktu darīts, izmantojot dažādus kontekstus.

Vēl svarīgāka par kvalitatīvu mācīšanu ir skolēnu jau esošā kognitīvā struktūra jeb priekšzināšanas. Tāpēc, ja klases lielā skolēnu skaita dēļ nav iespējams ievērot katra atsevišķā skolēna priekšzināšanas, vismaz jāpiedāvā daudzveidīgas mācīšanās iespējas, lai skolēni individuāli un aktīvi varētu tās izvēlēties atkarībā no savām izziņas vajadzībām.

Kaut arī jaunākie pētījumi par to, kā cilvēks mācās, uzsver, ka svarīgākais mācību procesā ir tas, kurš mācās, jo viņš pats veido savas zināšanas, nenoliedzami svarīgi ir arī tas, kādā veidā un kādu informāciju viņam piedāvā skolotājs. Promocijas darbā aprakstīts autores pētījums, kurā 75 pētījumā iesaistītie skolotāji tika lūgti pēc iespējas vairākos veidos izskaidrot skolēniem šādas matemātiskas sakarības:

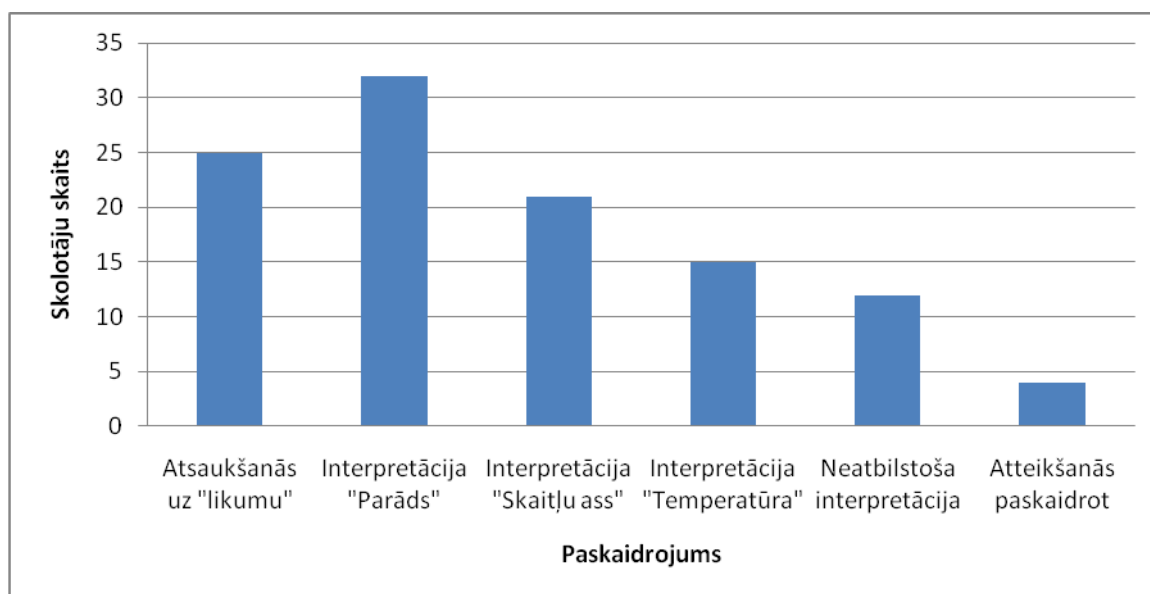
1) $(-6) + (-5) = -11$

2) $(-6) \cdot (-5) = 30$

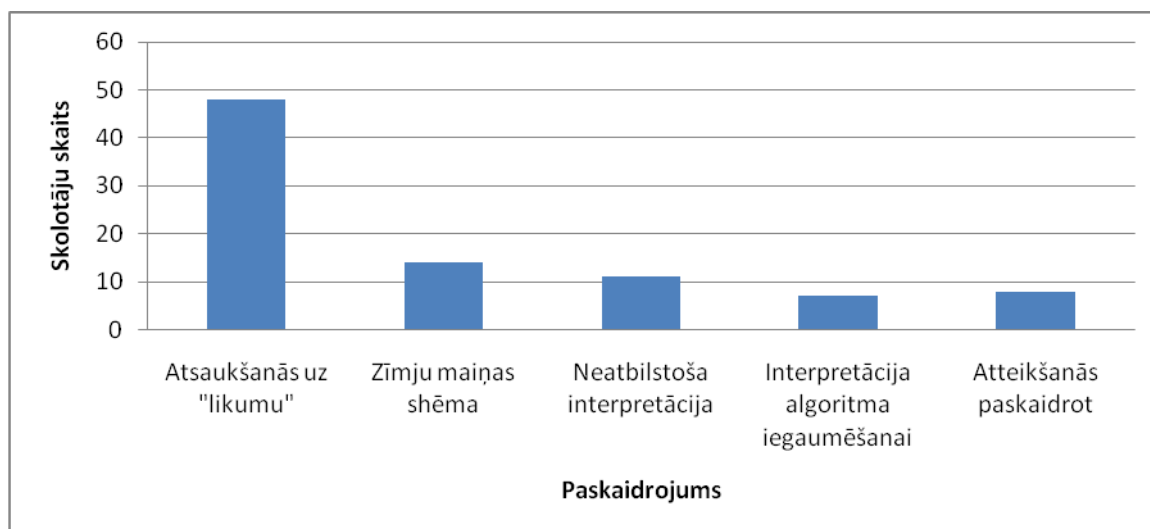
3) $5^0 = 1$

Analizējot skolotāju piedāvātos skaidrojumus, parādās tendence izmantot ar reālo dzīvi saistītas interpretācijas vienmēr, kad skolotājs tādas zina. Ja skolotāji nezina, kā

interpretēt izskaidrojamo problēmu, viņi atsaucas uz definīciju vai arī piedāvā interpretācijas, kuras neatbilst aplūkotajai problēmai. (Skatīt 2.,3. un 4.attēlu) Arī autores veiktie stundu vērojumi apstiprina šīs tendences.

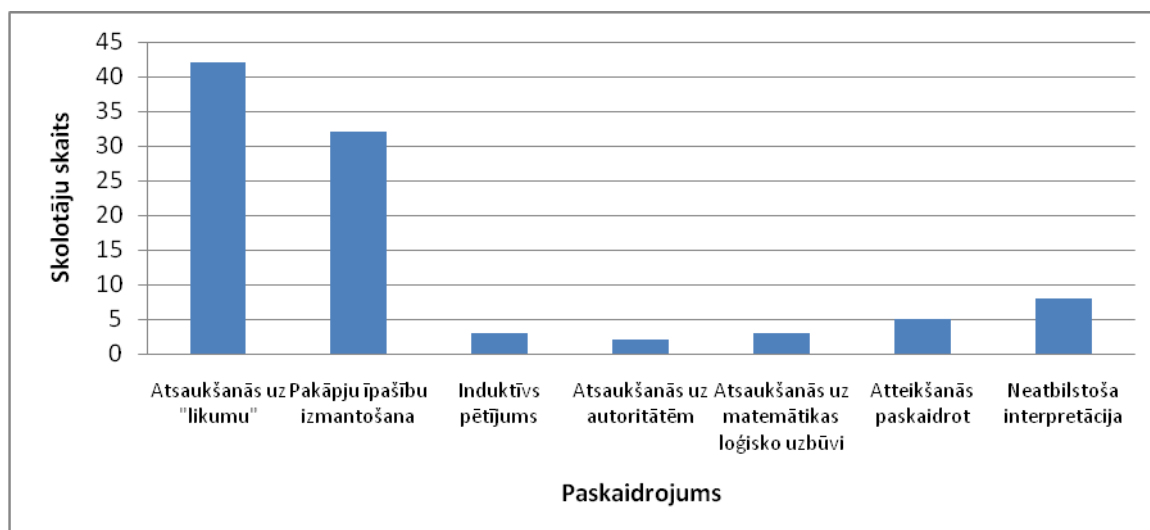


2. attēls. Skolotāju paskaidrojumi par vienādības $(-6) + (-5) = -11$ patiesumu.



3. attēls. Skolotāju paskaidrojumi par vienādības $(-6) \cdot (-5) = 30$ patiesumu.

Cenšanās skaidrot matemātikas saturu, izmantojot interpretācijas no reālās dzīves, uzskatāma par atbalstāmu tad, ja skolotājs ir pārliecināts, ka skolēni ir sapratuši, kāds ir sakars starp aplūkoto interpretāciju un matemātisko saturu, kurai šī interpretācija atbilst. Stundu vērojumi liecina, ka skolotāji šīs izpratnes veidošanai nevelta pietiekamu vērību. Viņi savā skaidrojumā „lēkā” no matemātiskā satura uz interpretāciju un otrādi, nepārliecinoties vai skolēni vispār saprot, kāds ir sakars starp dzīves situāciju, par kuru runā skolotājs un aplūkojamo matemātisko sakarību. Kā liecina pētījumi, īpaši lielas problēmas šāds skaidrošanas stils var sagādāt matemātikā vājākajiem skolēniem (Bromme, 1995).



4. attēls. Skolotāju paskaidrojumi par vienādības $5^0 = 1$ patiesumu.

Stundu vērojumi liecina par to, ka skolotāji nepilnīgi izmanto skolā esošo uzskates līdzekļu un tehnoloģiju piedāvātās iespējas padarīt skaidrojumu uzskatāmu. Tāpat nepietiekami tiek izmantotas arī iespējas ieviest jaunos jēdzienus un sakarības, skolēniem praktiski darbojoties. Līdz ar to netiek izmantotas iespējas iesaistīt mācību procesā pēc iespējas daudzus uztveres kanālus.

3.3.3. Darbs ar uzdevumiem

Darbs ar uzdevumiem nozīmē mērķtiecīgu uzdevumu izvēli, to attīstīšanu un variēšanu, uzdevuma saturam atbilstoša pasniegšanas veida un mācību metodes izvēli, lai skolēni sasniegtu standartā paredzētos rezultātus. Pētījumā tika analizēta Latvijas pamatskolas skolotāju kompetence izvēlēties uzdevumus, kurus iekļaut matemātikas mācību procesā, viņu kompetence attīstīt skolēnu problēmrisināšanas prasmes un tas, kā skolotāji izmanto mācību procesā skolēnu kļūdas.

Mērķtiecīga uzdevumu izvēle izmantošanai mācību procesā

Dati par to, kādus uzdevumus skolotāji iekļauj mācību procesā, tika iegūti, analizējot skolēnu pierakstu burtnīcas. Lai klasificētu skolotāju izvēlētos uzdevumus, autore izmantoja klasifikāciju, uz kuru bieži atsaucas vācu matemātikas didaktiķi (Bruder/ Büchter / Leuders, 2008). Šī klasifikācija piedāvā katru uzdevumu sadalīt trīs komponentēs:

- sākuma situācija, t.i., sākuma nosacījumi, dotie lielumi;
- transformācijas, kuras pārveido sākotnējo situāciju par beigu situāciju, vai kuru rezultātā no dotajiem lielumiem var iegūt prasītos lielumus, t.i., risināšanas algoritmi, spriedumu ķēde pierādījumā;

- beigu situācija, t.i., meklētie lielumi, secinājumi, rezultāti.

Uzdevumus iedala pēc tā, kuras no šīm komponentēm katrā konkrētā uzdevumā ir zināmas vai nezināmas (Bruder, 2008:28). Uzdevumus, kuros gan sākuma situācija, gan izmantojamās transformācijas ir zināmas, uzskata par uzdevumiem konkrēta risināšanas algoritma trenēšanai. Kvalitatīvā mācību procesā tādiem nevajadzētu pārsniegt vienu trešdaļu (Bruder/ Büchter / Leuders, 2008). Pārējie uzdevumi tiek uzskatīti par uzdevumiem, kas veido skolēnu dziļāku izpratni par apgūstamo jautājumu. Pētot skolēnu pierakstus, tika secināts, ka pētījumā iesaistīto Latvijas pamatskolas skolotāju stundās 66% no visiem ir uzdevumi algoritma trenēšanai, bet tikai 34% no visiem uzdevumiem ir klasificējami kā izpratnes veidošanas uzdevumi.

Pētījuma dalībnieku izvēle būtiski atšķiras - izpratnes uzdevumu procentuālais īpatsvars dažādu skolotāju vadītā mācību procesā svārstās no 9% - 56%. Intervijās skolotāji atzīst, ka mācību grāmatās, izņemot [AM1], [AM3] un [AM5], ir maz interesantu, ar praktisko dzīvi un skolēnu interesēm saistītu problēmu uzdevumu, tomēr pētījuma rezultāti rāda, ka tiek izrēķināti gandrīz pilnīgi visi grāmatās iekļautie algoritmu trenēšanas uzdevumi, bet izlaisti uzdevumi, kuru mērķis ir dziļākas izpratnes veidošana. Arī stundu vērojumos šī tendence apstiprinās. Šāda rīcība sākotnēji var dot maldīgu priekšstatu, ka skolēni ir konkrēto jēdzienu vai algoritmu ļoti labi apguvuši, bet tā kā šīs zināšanas nav daudzveidīgi sasaistītas ar viņu pārējām zināšanām, tās vēlāk ir grūti atcerēties un lietot.

Pēc sešiem kritērijiem – uzdevumu konteksta, atvērtības, pamatojuma nepieciešamības, skaitlisko aprēķinu un algebrisko pārveidojumu sarežģītības, uzdevuma veikšanai nepieciešamās izziņas darbības un tā, cik daudz citu matemātikas standarta zināšanu nepieciešams uzdevuma sekmīgai izpildei - tika analizēta arī izvēlēto uzdevumu potenciālā grūtības pakāpe.

Tikai 20% pētījuma dalībnieku izvēlēto uzdevumu bija ar realitāti, ārpus matemātikas dzīvi saistīts konteksts. 33% izvēlēto uzdevumu bija ar triviālām norādēm - *Aprēķini!, Vienkāršo!* utml.

Saskaņā ar TIMSS un PISA pētījumiem pēdējos gados visā pasaulē tiek akcentēta nepieciešamība mācību procesā pēc iespējas vairāk izmantot atvērtus uzdevumus. Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāji izvēlas uzdevumus ar zemu atvērtības pakāpi. 85% uzdevumu bija tikai viena atvērtā jeb nezināmā pozīcija, parasti – rezultāts.

Skolēnu pierakstos reti redzami rakstiski pamatojumi. Tie tiek veikti tikai ģeometrijas uzdevumos. Visaugstākā grūtības pakāpe tradicionāli ir kritērijā „aprēķinu sarežģītība”. Par

nepietiekamu kompetenci uzdevumu izvēlē liecina tas, ka vairāki skolotāji jau tēmas apguves sākumposmā, pirms izveidojusies skolēnu izpratne par jauno jēdzienu jēgu, izvēlas uzdevumus ar augstu aprēķinu sarežģītības pakāpi.

Analizējot uzdevumu izpildei nepieciešamo izziņas darbību, redzams, ka 23% no visiem uzdevumiem notiek reproducēšana, 61% - lietošana vienkāršās situācijās, 12% - lietošana jaunās, nepazīstamās, ar reālo dzīvi saistītās situācijās. Tikai 4% no uzdevumiem skolēni vispārina.

Ļoti reti skolotāji izvēlējušies uzdevumus, kuru izpildei nepieciešamas arī standarta zināšanas, kuras ir ārpus apgūstamās tēmas.

Tikai 12% izvēlēto uzdevumu kādā no kritērijiem bija augstā grūtības pakāpē.

Pētījuma rezultāti liecina, ka skolotājiem vajadzīgas gan didaktikas teorijas zināšanas, gan praktisks treniņš uzdevumu izvēlē.

Par skolēnu izpratni un saistīta zināšanu tīkla veidošanos veicinošiem uzdevumiem un to izmantošanas iespējām vairāk var lasīt autores darbos [A3], [A5], [A7], [A9], [A14], [A15], [A17].

Skolēnu problēmrisināšanas prasmju attīstīšana

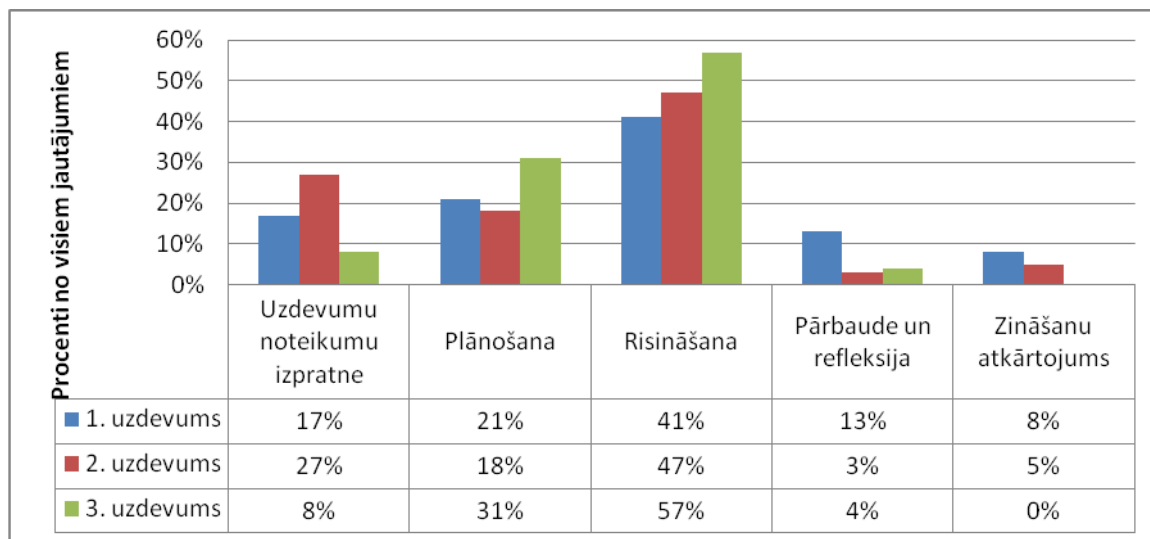
Rīgā 2006. gada 19. decembrī izdotie Ministru Kabineta noteikumi Nr. 1027 par valsts standartu pamatizglītībā un pamatizglītības mācību priekšmetu standartiem [D3] paredz, ka mācību priekšmeta „matemātika” viens no uzdevumiem ir veicināt domāšanas attīstību, veidojot prasmi izteikt matemātiski pamatotus spriedumus un apgūstot problēmrisināšanas pieredzi. Standarts neapraksta sīkāk, kas tiek saprasts ar problēmrisināšanu. Autores veiktās intervijas liecina, ka skolotāji problēmrisināšanu saprot dažādi.

Didaktiskajā literatūrā ar problēmrisināšanu matemātikā saprot situācijas, kurās uzdevuma risināšanas stratēģija skolēnam nav acīmredzama un ir nepieciešama risinājuma stratēģijas plānošana, lai atrastu atrisinājumu. Būtiskākā pazīme, kura problēmu uzdevumus atšķir no uzdevumiem ar tipveida risināšanas algoritmu, ir nepieciešamība meklēt risināšanas stratēģiju. Tāpēc, mācot problēmrisināšanu, skolotāja galvenais uzdevums ir nevis iemācīt atrisināt katru konkrēto uzdevumu, bet gan iemācīt, kā atrast risināšanas ceļu. Tiek uzskatīts, ka problēmrisināšanu skolēns var apgūt tikai patstāvīgi risinot problēmas. Skolotājam jāpalīdz tikai gadījumos, ja skolēns nezina, ko tālāk darīt. Lai pēc iespējas stimulētu skolēna patstāvību, šādās situācijās skolotājam jārīkojas pēc „mazākās palīdzības principa”, t.i., vispirms jāsniedz tikai motivējoša palīdzība. Ja ar šādu palīdzību skolēnam nepietiek, tikai pēc tam sniedzama palīdzība atgriezeniskās saites veidā. Tikai pēc tam sniedzama vispārēja

stratēģiska palīdzība. Pēc tam sniedzama ar dotās problēmas saturu saistīta stratēģiska palīdzība. Par spēcīgāko palīdzību, kura sniedzama tikai galējas nepieciešamības gadījumā, tiek uzskatīta tiešu saturisku norāžu sniegšana (Zech, 2002¹⁰).

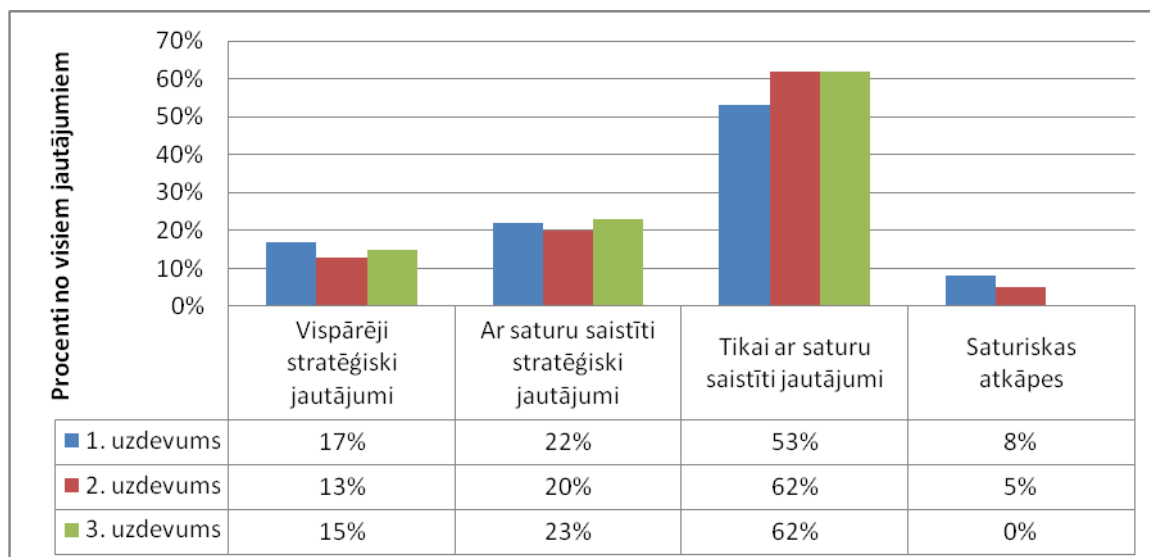
Pētījumā iesaistītie skolotāji rakstiski plānoja, kā viņi mācītu skolēnus risināt trīs dažādus problēmu uzdevumus – klasisku ģeometrijas uzdevumu, ar reālo dzīvi saistītu uzdevumu, kurš reducējams par klasisku ģeometrijas uzdevumu un pilnībā atvērtu reālās dzīves problēmu jeb tā saucamo Fermā tipa uzdevumu (Blum u.c., 2006).

Skolotājiem tika īpaši norādīts, ka šie trīs uzdevumi tiek iekļauti mācību procesā, lai uz to bāzes skolēni apgūtu **problēmrisināšanas paņēmienus jeb stratēģijas**. Skolotāji plānoja, kādi ir svarīgākie jautājumi, uz kuriem kopā ar skolēniem jāmeklē atbildes, lai skolēni sasniegtu iepriekšminēto rezultātu. Parasti didaktiskajā literatūrā problēmrisināšanas procesu iedala četros posmos – uzdevuma noteikumu izpratne, risinājuma plānošana, risināšana un atrisinājuma pārbaude jeb refleksija (Zech, 2002¹⁰). Lai skolēns katram konkrētam uzdevumam atbilstoši stratēģiju spētu sasaistīt ar citām savām zināšanām, par īpaši svarīgu tiek uzskatīts pārbaudes un refleksijas solis, kurā tiek pārbaudīts rezultāts un pārdomāts, vai izvēlēta stratēģija bija efektīva, vai būtu iespējams šo uzdevumu atrisināt arī citādi, kā arī pārdomāts, kur vēl varētu izmantot līdzīgu stratēģiju.



5. attēls. Skolotāju plānoto jautājumu sadalījums pēc atbilstības dažādiem problēmrisināšanas posmiem.

Redzams, ka skolotāji vislielāko vērību pievērš uzdevuma risināšanas daļai (skatīt 5. attēlu), bet pārbaude un refleksija gandrīz netiek paredzēta.



6. attēls. Skolotāju plānoto jautājumu sadalījums pēc to satura.

Kaut arī īpaši tika norādīts, ka šie uzdevumi tiek apskatīti, lai skolēni apgūtu problēmrisināšanas stratēģijas, skolotāji tām pievērš salīdzinoši mazu uzmanību. Arī stundu vērojumi liecina, ka skolotāji ļoti mazu vērību velta tam, lai skolēni apgūtu pētīšanas un problēmrisināšanas stratēģijas. Iespējams tāpēc, ka viņiem pašiem trūkst zināšanu šajā jomā. Skolotāji paši kritērijā „*Es pārzinu dažādas stratēģijas matemātiskai pētīšanai, šo stratēģiju lietošanas priekšrocības un ierobežojumus*” vidēji vērtē sevi ar 5, bet 25% vērtējumu nepārsniedz 4. Šis ir vienīgais kritērijs, kurā kāds no pētījumā iesaistītajiem skolotājiem ir novērtējis sevi ar nulli, t.i., atzinis, ka viņam šādu zināšanu vispār nav.

Kritērijā „*Padaru pieejamus dažādus paņēmienus pētīšanai un analizēšanai*” skolotāji vidēji sevi vērtē ar 7, bet kritērijā „*Man ir zināmi dažādi veidi, kā stimulēt skolēnu iesaistīšanos un vadīt matemātikas procesu izpēti, problēmrisināšanu, pētniecību, pamatošanu, pierādīšanu, komunikāciju, secināšanu, prezentēšanu*” ar 6.

Balstoties uz sava pētījuma rezultātiem, autore secina, ka skolotājiem nepieciešamas zināšanas par to

- kādi ir svarīgākie problēmrisināšanas soļi un kā tos īstenot mācību procesā;
- kā skolēni iegūst problēmrisināšanas pieredzi, to pārdomā un saista ar iepriekšējām zināšanām.

Par skolēnu problēmrisināšanas prasmju attīstīšanu rakstīts arī autores darbos [A3], [A5], [A10], [A22], [AM2], [AM4], [AM6].

Skolēnu kļūdu izmantošana mācību procesa uzlabošanai

Izpratne par neironu tīklu veidošanos ļauj mums saprast arī to, cik svarīga loma izpratnes un mācīšanās procesā ir kļūdām. Svarīgs atklājums kļūdu pētniecībā ir tas, ka kļūdas nav skolēnu bezjēdzīgi mēģinājumi, bet bieži rodas no sistemātiskas stratēģijas, kurai piemīt nojaušama izcelsme. Ja skolēns ir apguvis nepareizu stratēģiju, to nevar izmainīt pavisam norādot, ka tā ir nepareiza, vai vienkārši aizvietot ar pareizo, jo kaut kad skolēns to ir iemācījies kā derīgu. Ja vairākas reizes pēc kārtas tiek lietots kāds modelis, tad to ir ļoti viegli atjaunot pilnībā, uztverot tikai pavisam mazu daļiņu no tās. Tas izskaidro, piemēram, šāda tipiska kļūdaina priekšstata rašanos: „*Es zinu, ka $(a + b) \cdot 2 = a \cdot 2 + b \cdot 2$, tātad $(a + b)^2 = a^2 + b^2$* ”. Šajā piemērā skolēna kļūda rodas vispārināšanas rezultātā. Lai to novērstu, skolēnam skolotāja vadībā būtu jāanalizē, kā kļūda radusies.

Pētījumā iesaistītajiem skolotājiem tika jautāts, kā viņi ikdienā strādā ar skolēnu kļūdām. Vairums skolotāju atzīst, ka pārbaudes darbos kļūdas tikai atrod un pasvītro. Daži raksta klāt pareizo risinājumu. Daži skolotāji pieprasa skolēniem veikt kļūdu labojumu. Tā būtu uzskatāma par pozitīvu pieredzi, ja skolēni, labojot kļūdas, tās arī skaidrotu, vai aprakstītu, kāpēc viņu piedāvātais risinājums ir nepareizs. Ļoti reti, tomēr parādās arī atzinumi, kas liecina, ka skolotāji pievērš uzmanību kļūdu cēloņiem.

Vērojot stundas, tika konstatēts, ka arī situācijās, kad skolēns stundas laikā kļūdās, skolotājs lielākoties neizmanto šo situāciju, lai skolēns no tās varētu mācīties, bet gan izsauc nākamo skolēnu. Tā netiek labota skolēna izveidotā nepareizā mentālā shēma.

Vēl viena plaši izplatīta tendence, kura parādījās gan vērotajās stundās, gan intervijās ar skolotājiem, ir nepārdomāta kļūdu nodēvēšana par neuzmanības kļūdām. Stundu vērojumi un intervijas ar skolotājiem liecina, ka viņiem trūkst zināšanu par to, kā skolēns mācās un kāda ir kļūdu nozīme viņa mācību procesā.

3.3.4. Pamatota mācību metožu un darba formu izvēle

Lai īstenotu Rīgā 2006. gada 19. decembrī izdotie Ministru kabineta noteikumos Nr. 1027 par valsts standartu pamatizglītībā un pamatizglītības mācību priekšmetu standartiem [D3] formulētās prasības, skolotājiem jāplāno mācības tā, lai tajās būtu iespējamas dažādas sociālās sadarbības formas, tomēr stundu novērojumi un arī intervijas ar skolotājiem liecina par to, ka matemātikas stundās dominē frontāls darbs. Lai skolēni apgūtu daudzveidīgu mācību pieredzi, arī apgūtu zināšanas un prasmes praktiskā darbībā, skolotājiem būtu jāizmanto stundās dažādas mācību metodes. Stundu novērojumi un intervijas ar skolotājiem

liecina, ka stundās pārsvarā jaunā mācību satura apguvei tiek izmantots skolotāja stāstījums jeb lekcija, informāciju par to, kā skolēni sapratuši mācību saturu, skolotāji iegūst mācību dialogā, bet pārējā laikā notiek uzdevumu risināšana, kuru frontāli pārbauga skolotājs. Skolotājiem nepietiek praktiskās pieredzes interaktīvu mācību metožu lietošanā.

Tas ir izskaidrojams ar to, ka vairums šobrīd Latvijas skolās strādājošo matemātikas skolotāju ir ieguvuši savu izglītību, nepiedaloties grupu darbos, viņiem trūkst pozitīvas personiskās pieredzes šajā ziņā.

Skolotāju teorētiskās zināšanas par dažādām sociālās sadarbības formām ir fragmentāras, lielākoties, iegūtas dažādosursos. Tomēr galveno problēmu rada nevis zināšanu trūkums, bet tas, ka zināšanas netransformējas par prasmēm, jo skolotāji nemaz nemēģina zināšanas par dažādām mācību metodēm pielietot praksē vai arī pamēģina vienu reizi un neveiksmes gadījumā nevis analizē cēloņus, kāpēc metodes lietojums konkrētajā situācijā nebija veiksmīgs, bet atzīst, ka metode vispār nav piemērota matemātikas apguvei.

Skolotāju kompetence dažādu metožu un darba formu lietošanā ir ļoti dažāda. Ir arī skolotāji, kuri strādā ļoti daudzveidīgi un ar labiem panākumiem. Intervijās skolotāji ļoti uzskatāmi parāda savu izpratni par matemātikas mācību procesu kā tādu, kurā skolotājs sniedz informāciju, bet skolēna uzdevums ir to vienkārši noklausīties, kas ir klajā pretrunā ar kognitīvo mācīšanās teoriju.

Analizējot skolotāju lietotos vārdus intervijas daļā par mācību metodēm, dominē *man jāiemāca...*, *..mērķis ir iemācīt...*, *..es stāstu, skolēni klausās...*, *..svarīgi, lai skolēni klausās...*, *..mans pienākums ir izstāstīt*.

Pašvērtējuma anketā pētījumā iesaistītie skolotāji kritērijā „*analizēju, kā skolēni mācās, mācību laikā adaptējot vai mainot aktivitātes*” vidēji savu darbību vērtē ar 7, bet 25% aptaujāto vērtējums nepārsniedz 6.

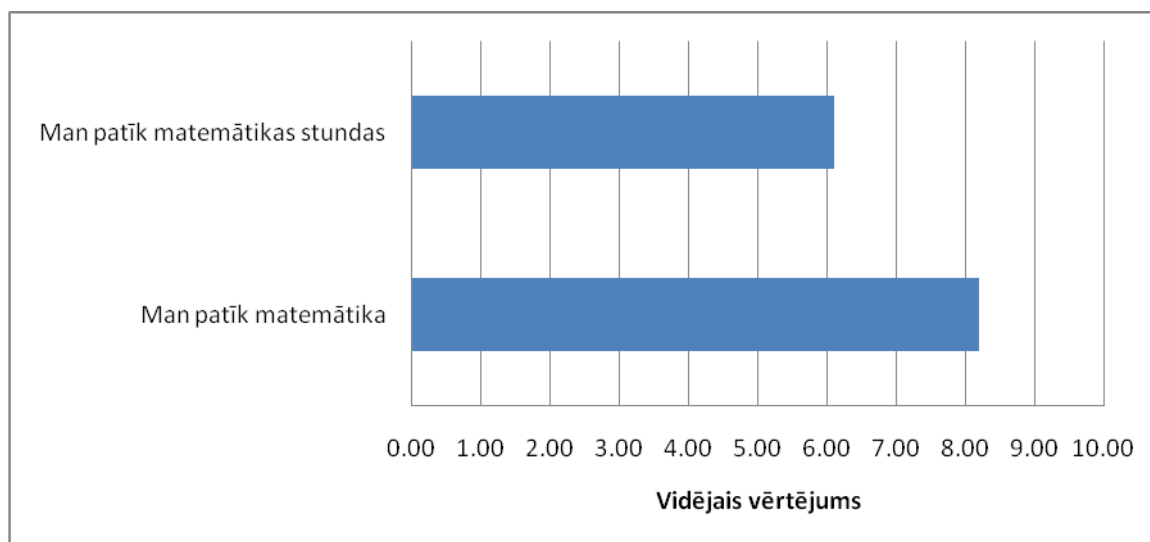
Par mācību metožu mērķtiecīgu lietošanu rakstīts arī autores darbos [A2], [A12], [A19], [A22].

3.3.5. Diferencēts darbs ar dažādu spēju skolēniem

Bērnu tiesību aizsardzības likuma [D2] 11. panta 1. punkts paredz, ka „Valsts nodrošina visiem bērniem vienādas tiesības un iespējas iegūt izglītību atbilstoši katra spējām”. Līdz ar to būtiska skolotāja didaktiskās kompetences sastāvdaļa ir arī diferencēta darba organizēšana dažādu spēju skolēniem. Skolotājiem paredzētajā literatūrā ir daudz atziņu par to, kā iesaistīt mācību procesā matemātikā vājākos skolēnus. Šis darbs Latvijā tiek arī īpaši apmaksāts.

Mazāk uzmanības tiek veltīts matemātikā spējīgāko skolēnu aktivitātes nodrošināšanai ikdienas matemātikas stundās, bet arī viņiem ir tiesības apgūt matemātiku atbilstoši savām spējām. Tāpēc autore vairāk uzmanības veltīja tam, lai pētītu skolotāju kompetenci darbam ar matemātikā spējīgākajiem skolēniem.

Lai noskaidrotu, ko par savām matemātikas stundām domā matemātikā talantīgākie skolēni, tika veikta anketēšana un fokusgrupas diskusija LU NMS organizētajā matemātikas pulciņā. Anketēšanā piedalījās 39 vidusskolēni, kuri sestdienās padziļināti apgūst matemātiku.



7. attēls. LU NMS matemātikas pulciņa dalībnieku attieksmes pret matemātiku un matemātikas stundām pašvērtējums.

Skolēnu vidējais vērtējums apgalvojumam „*man patīk matemātika*” ir 8,2 punkti no 10 iespējamajiem, bet apgalvojumam „*man patīk matemātikas stundas*” – tikai 6,1 (skatīt 7. attēlu). Fokusgrupas diskusijā tika noskaidrotas vairākas neefektīvas pieejas, kuras darbam ar spējīgākajiem skolēniem praktizē skolotāji:

- ja skolēns pabeidz uzdoto darbu ātrāk nekā pārējie klasesbiedri, viņam tiek piedāvāts izrēķināt vēl citus uzdevumus, kuri būtiski neatšķiras no iepriekš risinātajiem. Šāda pieeja ir neefektīva, jo neveicina interesi un attīstību;
- ja skolēns pabeidz darbu ātrāk, viņš vienkārši gaida, lai darbu pabeidz pārējie. Skolēni atzīst, ka viņiem nav iebildumu dažkārt paslinkot, tomēr tas, protams, neveicina viņu progresu matemātikā;
- spējīgākie skolēni tiek aicināti palīdzēt sekmēs vājākajiem. Skolēniem nav emocionālu iebildumu palīdzēt klasesbiedriem, kuriem tas palīdz sasniegt labākus rezultātus. Viņi pat atzina, ka šādās situācijās jūtas noderīgi, tomēr arī šāda darbošanās neveicina viņu pašu progresu matemātikā.

Arī novērotajās stundās parādījās šīs trīs stratēģijas darbam ar spējīgākajiem skolēniem. Ja tika piedāvāti grūtāki uzdevumi, tad tie no visas klases risinātajiem uzdevumiem atšķīrās tikai ar aprēķinu sarežģītību, bet ne pēc izmantotās izziņas darbības.

Var prognozēt, ka citu skolotāju kompetence darbam ar spējīgākajiem skolēniem ir zemāka nekā aptaujāto skolēnu skolotājiem, jo aptaujāti tika Latvijas paši labākie matemātiķi savā vecuma grupā, kuru panākumi ir arī viņu skolotāju nopelns.

Darbā ar spējīgākajiem skolēniem autore iesaka iekļaut šādas praktiski izmēģinātas stratēģijas:

- Piedāvāt viņiem strādāt individuāli vai mazās grupās, patstāvīgi apgūstot tēmai atbilstošo teorētisko materiālu, izmantojot grāmatu vai citus resursus. Pēc tam skolēni patstāvīgi risina atbilstošas problēmas. Šādi iespējams izlīdzināt laiku, kurš tēmas apguvei vajadzīgs matemātikā vājākajiem, strādājot skolotāja vadībā, un talantīgākajiem, strādājot patstāvīgi. Ja skolotājs izvēlas šādu stratēģiju, viņam ļoti rūpīgi jāpārdomā formatīvās vērtēšanas lietošana, lai visu laiku sekotu līdzi skolēnu sasniegumiem.
- Piedāvāt spējīgākajiem skolēniem grūtākus uzdevumus, kuri padziļina izpratni par aplūkojamo tēmu, neprasot ārpus standarta esošas zināšanas, bet paaugstinot nepieciešamo izziņas darbības līmeni uz lietošanu nestandarta situācijās vai vispārināšanu.
- Piedāvāt spējīgākajiem skolēniem paplašināt zināšanas par aplūkojamo tēmu. Piemēram, apgūstot saīsinātās reizināšanas formulas, spējīgākie skolēni var patstāvīgi atklāt arī kubu summas un starpības formulas utml..
- Spējīgākie skolēni var apgūt arī tādas matemātikas zināšanas un prasmes, kas nav tieši saistītas ar klasē aplūkojamajiem jautājumiem, piemēram, modernās elementārās matemātikas speciālās metodes. Šī ir visbiežāk izmantotā pieredze. Tomēr tas gandrīz vienmēr ir papildus darbs, kurš notiek ārpus stundu laika, bet arī talantīgākajiem matemātiķiem matemātika jāmacās, pirmkārt, matemātikas stundās. Pretējā gadījumā stundu laikā viņi garlaikojas, bet pēc stundām tik daudz papildus strādā, ka tas dažkārt pat apdraud viņu veselību.

Skolās, kurās vienā klasē mācās skolēni, kuriem ir dažāds spējas matemātikā, vajadzīgas regulāras papildnodarbības darbam ar spējīgākajiem skolēniem. Viena no iespējām ir darbs ar spējīgākajiem skolēniem reģionā. Latvijā ir šāda pieredze. Sešus gadus darbojas reģionālā matemātikas skola Valmierā, kuru kopā ar LU NMS ir nodibinājusi un līdz šim brīdim vada

darba autore. Spējīgākie un čaklākie šīs skolas audzēkņi uzrāda ļoti labus rezultātus olimpiādēs. Tomēr jāuzsver, ka labums no papildnodarbībām ir tikai tiem skolēniem, kuru skolotājs pēc tam ikdienas stundās palīdz nostiprināt matemātikas papildnodarbībās gūtās zināšanas.

Valstiski ir jārisina skolotāju motivācijas jautājums. Darbs ar talantīgākajiem ir milzīgs darbs, par kuru šobrīd nemaksā nemaz vai arī maksā ļoti maz. Tas jārisina valstij vai pašvaldībām.

Intervijās skolotāji atzīst, ka nezina, ko tieši darīt nodarbībās ar spējīgākajiem skolēniem. Latviski ir daudz materiālu, kurus var izmantot gatavojoties olimpiādei. Bet ir vajadzīga programma darbam ar spējīgākajiem skolēniem, kurā norādīts, kāds matemātikas saturs un kādas metodes jāapgūst 5., 6., 7., utt. klasē.

Par darbu ar matemātikā talantīgākajiem skolēniem rakstīts arī autores darbos [A3], [A4], [A5], [A6], [A8], [A10], [A14], [A16], [A21].

3.3.6. Izpratne par vērtēšanu un prasme to īstenot mācību procesā

Skolotāja diagnostiskā jeb vērtēšanas kompetence ir viena no pamatkompetencēm visos promocijas darba 1. nodaļā aplūkotajos skolotāja kompetenču modeļos. Diagnostiskā kompetence ietver zināšanu un prasmju komplektu, kas nepieciešams, lai prognozētu un novērtētu mācību sasniegumus, to dinamiku, atsevišķu skolēnu problēmas, uzdevumu potenciālo grūtības pakāpi un savas mācīšanas darbības efektivitāti.

Promocijas darbā analizēta pētījumā iesaistīto skolotāju kompetence sagatavot un īstenot summatīvo un formatīvo vērtēšanu.

Lai kvalitatīvi īstenotu summatīvo vērtēšanu, skolotājiem jāprot izstrādāt kvalitatīvu noslēguma pārbaudes darbu un tā vērtēšanas kritērijus. Pozitīvās iezīmes pētījumā iesaistīto skolotāju izstrādātajos pārbaudes darbos ir šādas:

- pārbaudes darbs pārbauda visu, ko konkrētajā tematā skolēniem bija paredzēts apgūt;
- vērtēšanas kritēriji atbilst darbā iekļautajiem uzdevumiem;
- pārbaudes darbos tiek iekļauti uzdevumi, kuros radoši jāizmanto standartā paredzētās zināšanas.

Analizējot pārbaudes darbus, parādās šādas negatīvas tendences:

- bieži pārbaudes darbos nav iekļauti uzdevumi, kurus var atrisināt, reproducējot vienkāršas zināšanas un prasmes vai arī reproducēšana uzdevumā iespējama tikai pēc

augstāka izziņas līmeņa darbības veikšanas (piemēram, pirms kvadrātvienādojuma atrisināšanas tas pašam jā sastāda atbilstoši uzdevuma nosacījumiem). Šādos pārbaudes darbos vajā kajiem skolēniem netiek dota iespēja parādīt savas zināšanas un prasmes;

- bieži pārbaudes darbā viena un tā pati prasme tiek pārbaudīta daudzas reizes, tā nevajadzīgi palielinot pārbaudes darba apjomu;
- pārbaudes darbos tiek iekļauti uzdevumi, kuri patiesībā nepārbauda to, ko skolotājs ir paredzējis. Piemēram, uzdevumā, kurā skolotājs paredzējis pārbaudīt, kā 6. klases skolēni apguvuši likumus, pēc kuriem tiek saskaitīti divi pozitīvi, divi negatīvi vai divi dažādāzīmju skaitļi, tiek izmantoti daļskaitļi. Līdz ar to nav vairs iespējams noteikt, kāpēc skolēns kļūdās – tāpēc, ka nezina pārbaudāmās sakarības vai tāpēc, ka neprot salīdzināt pēc lieluma daļas vai veikt darbības ar tām;
- pārbaudes darbos tiek iekļauti uzdevumi, kuru izpildei nepieciešamas zināšanas, kuras nav iekļautas standartā. Šī tendence parādās pārbaudes darbos, kurus skolotāji nekritiski pārņem no dažādiem pārbaudes darbu krājumiem;
- uzdevums, kuru skolotājs ir paredzējis, lai pārbaudītu skolēnu prasmi radoši lietot zināšanas un prasmes, tikai skaitliski atšķiras no iepriekšējās stundās risinātajiem, tāpēc no skolēna radoša darbība patiesībā netiek pieprasīta;
- ļoti maz ir uzdevumu, kuros paredzēta nepieciešamība kaut ko izskaidrot, pamatot, argumentēt, līdz ar to netiek vērtēta skolēnu prasme lietot matemātisko valodu (šīs prasmes ir paredzētas standartā, tā tad tās ir jāiekļauj pārbaudes darbos).

Intervijās skolotāji atzīst, ka summatīvās vērtēšanas principi viņiem ir skaidri, tomēr kvalitatīva pārbaudes darba sastādīšana, īpaši, ja tas jāizdara divos līdzvērtīgos variantos, ir ļoti laikietilpīgs process, tāpēc viņi labprātāk izmanto jau gatavus pārbaudes darbus. Tas ir riskanti, jo tas, ka pārbaudes darbs ir izdots kādā no izdevniecībām, vēl negarantē šī darba kvalitāti un atbilstību izglītības standarta prasībām.

Promocijas darbā aprakstīti vairāki izcili paraugi tam, kā skolotājs var uzreiz pēc pārbaudes darba dot skolēniem atgriezenisko saiti par viņu darba rezultātiem, kuri fiksēti, pētījuma gaitā vērotajās stundās.

Gan kritērijā „*Nodrošinu skolēniem regulāru atgriezenisko saiti par viņu mācību procesu un tā rezultātiem*”, gan kritērijā „*Es zinu un protu lietot dažādus vērtēšanas paņēmienu*” skolotāji vidēji savu darbību novērtē ar 7.

Kritērijā „*Analizēju, kā skolēni mācās, aprakstot un komentējot katra skolēna vecākiem un administrācijai, kā tas notiek*” skolotāji vērtē savu darbību vidēji ar 5, bet 25 % vērtējumu ir zemāki nekā 4. Tas ir viens no zemākajiem vērtējumiem visā aptaujā.

Šobrīd pamatskolas matemātikas skolotāju izpratne par formatīvo vērtēšanu un prasme to lietot mācību procesā ir ļoti atšķirīga. Apzināti viņi formatīvo vērtēšanu stundās iekļauj galvenokārt vai tikai nelielu pārbaudes darbu veidā. Novērotajās stundās bija redzams, ka bieži skolotāji aprakstošu formatīvo vērtēšanu lieto intuitīvi, paši nemaz neapzinoties, ka to dara. Pozitīvi, ka stundās tiek attīstītas skolēnu pašnovērtēšanas prasmes – skolēniem tūlīt pēc uzdevuma veikšanas ir iespēja redzēt pareizu atrisinājumu un salīdzināt to ar savu, kā arī saņemt atbildes uz neskaidrajiem jautājumiem. Tā tiek līdz minimumam samazināta iespēja, ka skolēni kļūdās, neuzzina, ka viņu risinājums ir kļūdainš un vairākkārt atkārtojot, pamatīgi iemācās savu nepareizo risināšanas paņēmieni.

Pēdējo gadu laikā formatīvā vērtēšana ir viens no populārākajiem tematiem dažādos skolotāju tālākizglītībasursos, tāpēc vairums skolotāju par to ir informēti un lielākoties intervijās arī formāli atzīst, ka šāda vērtēšana ir nepieciešama, lai skolotājs visu laiku varētu kontrolēt, cik veiksmīgi noris skolēnu mācīšanās. Tomēr stundās vērojams, ka zināšanas par formatīvo vērtēšanu neīstenojas veiksmīgā darbībā. Skolotāji neprot balstīt mācību procesu uz skolēnu priekšzināšanām. Pārsvarā stundās vērojams, ka skolotāji vērtē tikai reproduktīva līmeņa prasmes, bet pamatojumus un skaidrojumus pieprasa tikai noslēguma pārbaudes darbos. Skolēnam šādā gadījumā temata apguves laikā var rasties maldīgs priekšstats, ka viņš visu nepieciešamo zina, bet noslēguma pārbaudes darbā viņš saņems zemāku vērtējumu nekā gaidījis.

Skolotāja uzdevums ir vērtēt ne tikai skolēna mācību sasniegumus, bet arī savu profesionālo darbību, lai to varētu uzlabot. Vairums autoru par ļoti būtisku skolotāja profesionālās kompetences sastāvdaļu atzīst viņa gatavību pašrefleksijai un pašrefleksijas prasmes (Oser, 2001; Helmke, 2009; Baumert / Kunter, 2006; Blömeke u.c., 2008). Analizējot skolotāju izteikumus intervijās un viņu izteikto pašvērtējumu pēc autores vērotajām stundām, var secināt, ka Latvijas pamatskolas matemātikas skolotājiem ir maza sava darba apspriešanas pieredze, to pēc būtības izvērtējot. Viņi notikušo stundu, lielākoties, vērtē tikai kategorijās „*labi – slikti*” vai „*patika – nepatika*”, neuzdodot jautājumus „*Kāpēc?*”. Par pozitīvu tendenci un skolotāju kompetences apliecinājumu uzskatāms tas, ka skolotāji analizē, kā vajadzētu uzlabot stundā iekļautās aktivitātes, lai citā klasē līdzīga stunda izdotos labāk.

Par vērtēšanu rakstīts arī autores darbos [A2], [A12], [AM2], [AM4], [AM6].

3.3.7. Mērķtiecīga IT lietošana mācību procesā

Standarts [D3] paredz IT lietošanu mācību procesā, tomēr šobrīd IT lietošana Latvijas pamatskolās bieži ir pieejamo iespēju nevis kompetences jautājums, jo nodrošinājums ar tehnoloģijām Latvijas skolās ir ļoti dažāds. Promocijas darbā no matemātikas didaktikas viedokļa analizētas iespējas iekļaut matemātikas mācību procesā modernās informācijas tehnoloģijas, formulētas IT lietošanas priekšrocības un iespējamās negatīvās blaknes.

Datoru izmantošana mācību procesā dod pieeju globālajiem informācijas un komunikāciju tīkliem, kas dod iespēju skolēniem izmantot dažādas tālmācības iespējas. Skolēnu tālmācības ceļā iegūtās zināšanas skolotājam ir jāpārbauda, īpašu uzmanību pievēršot skolēnu potenciālajām kļūdām un izpratnes nepilnībām.

Datoru izmantošana dod labas iespējas prezentēt dažādus datus, arī skolēnu patstāvīgo darbu rezultātus. Tomēr šīm iespējām ir arī potenciālie riski – gan skolēni, gan skolotāji var sākt uzskatīt, ka glīts noformējums ir būtiskāks par saturu. Vērojot stundas, vairākkārt autore saskārās ar situācijām, kurās skolēni datu attēlošanai bija izvēlējušies bezjēdzīgas diagrammas, bet skolotāji šo kļūdu nepamanīja, iespējams, tādēļ, ka diagrammas izskatījās glītas un pārliecinošas. Didaktiskajā literatūrā tiek runāts arī par „*perfektuma paralizējošo efektu*” (Leuders, 2003) – ar datoru sagatavotie materiāli šķiet pilnībā pabeigti, tie nerodina apdomāties, meklēt un izskaust nepilnības. Šo trūkumu ir iespējams novērst, skolotājam apzināti organizējot materiālu analīzi, izmantojot līmlapiņas, krāsainus flomāsterus u.c. līdzekļus, kas darba procesā atņem ar datoru sagatavotajiem materiāliem to ”stindzinošo perfektumu”. Arī vērotajās stundās tika fiksēta šāda pieredze.

Kā liecina stundu vērojumi, arī Latvijas pamatskolas skolotāju vadītajās stundās daudzās skolās dators pamazām aizstāj visus agrāk lietotos mācību palīg līdzekļus.

Dators var kļūt arī par interaktīvu mācību partneri, piemēram, skolēnam pārbaudot savas zināšanas un prasmes. Tomēr pagaidām šādā paškontroles procesā netiek stimulēts darbs ar kļūdām, jo skolēns tikai uzzina, vai atbilde ir pareiza, bet nesaņem komentārus par to, kāpēc tā ir nepareiza. Tikai atsevišķi matemātikas skolotāji atzīst, ka viņi ikdienas mācību stundās izmanto datoru, lai pārbaudītu skolēnu zināšanas.

Atšķirībā no citām Eiropas valstīm, Latvijas skolās šobrīd nav populāra datoralgebras sistēmu lietošana. Neviens no pētījumā iesaistītajiem skolotājiem tādas ikdienā nelieto. Aizvien populārāka Latvijas skolās kļūst dinamiskās ģeometrijas sistēmas GEONEXT lietošana, tomēr skolotāji atzīst, ka viņi šīs sistēmas iespējas izmanto nepilnīgi, lielākoties, tikai glīta zīmējuma izveidošanai.

Dators var tikt iekļauts matemātikas mācību procesā kā dinamisks instruments dažādu sakarību pētīšanai. Piemēram, jau pieminētais GEONEXT dod iespēju pārbaudīt dažādās planimetrijas situācijās, „*kas notiktu, ja...*” vai „*kas mainītos, ja mainītos...*”. Šāda datora lietošana ļautu attīstīt skolēnu izpratni par funkcijām, palīdzētu pamatot skolēniem, kāpēc problēmuzdevumos ir nepieciešamas aplūkot visus iespējamus gadījumus, palīdzētu izstrādāt hipotēzes skolēnu pētījumos. Neviens no pētījumā iesaistītajiem skolotājiem regulāri neizmanto šīs datora piedāvātās iespējas.

Tā kā Latvijas pamatskolu matemātikas skolotāji savās stundās datortehnikas piedāvātās iespējas pagaidām izmanto maz, tad Latvijā nav masveidā parādījušās datoru neprasmīgas lietošanas iespējamās negatīvās blaknes:

- tā kā dators ļoti ātri veic darbības arī ar ļoti lieliem (vai maziem) skaitļiem, skolēns neredz nepieciešamību aptuveni novērtēt rezultātu. Risināšana, izmantojot datoru, nemāca pārbaudīt un uzlabot risinājumus;
- dators, it īpaši ģeometrijā, piedāvā augstu „acīmredzamības” pakāpi. Līdz ar to skolēns nesaredz pierādījuma nepieciešamību;
- ieviešot mācību procesā datorus, jānodrošina tehniskā izpildījuma un matemātikas satura izpratnes saistība. Piemēram, nepietiek ar to, ka skolēns iemācās, izmantojot datorialgebru, atrisināt vienādojumu sistēmu. Jāpanāk, lai viņš saprastu, kāpēc šī sistēma vispār jārisina (Leuders, 2003).

Intervijās tie skolotāji, kuriem klasē ir pieejamas informācijas tehnoloģijas, pauda viedokli, ka labprāt izmanto tās. Autore novērotajās stundās tehnoloģijas visbiežāk tika izmantotas, lai demonstrētu zīmējumus ģeometrijā vai grafikus algebrā. Atsevišķi skolotāji izmantoja dokumentu kameras, lai organizētu klasē uzdevuma risinājumu salīdzināšanu, tā nodrošinot kvalitatīvu formatīvo vērtēšanu stundas laikā.

Vairums pamatskolas matemātikas skolotāju izglītību ir ieguvuši laikā, kad tehnoloģiju iespējas bija nesalīdzināmi zemākas nekā šobrīd, tāpēc viņi tehnoloģiju lietošanas prasmes ir apguvuši tālākizglītībasursos vai pašmācības ceļā. Autore uzskata par riskantu tendenci tālākizglītībasursos galveno uzmanību pievērst tikai tehnoloģiju iespējām un tam, lai skolotāji šīs iespējas apgūtu, atstājot novārtā tehnoloģiju lietošanas didaktisko aspektu, t.i., atbildes uz jautājumiem, **kāpēc** iekļaut mācību procesā informācijas tehnoloģijas un **kā** to darīt. Autore ir izteikusi priekšlikumu akcentēt IT lietošanas didaktiskos aspektus projekta „Dabaszinātnes un matemātika” rīkotajosursos, kuru sagatavošanā ir iesaistīta.

Par IT lietošanu stundās rakstīts arī autores darbos [A1] un [A2].

Par promocijas darba trešās nodaļas tematiku rakstīts arī [A8], [A11], [A12], [A20], [A22], [A23].

3.4. Promocijas darbā analizētās iespējas uzlabot Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju kompetenci matemātikas didaktikā.

Autore uzskata, ka vienīgais veids, kā matemātikas skolotājam var palīdzēt uzlabot viņa nepietiekamo kompetenci matemātikā, ir konsultantam kopā ar skolotāju analizēt viņa stundu, vislabāk – tās ierakstu. Tomēr arī šāda kļūdu labošana varētu nedot vēlamo rezultātu, jo skolotājs savas „nepareizās zināšanas matemātikā” ir labi iemācījies, daudzkārt tās izmantojot. Tāpēc šīs nepareizās zināšanas ir ļoti stabilas un grūti labojamas.

Autore piedāvā divus ceļus, lai uzlabotu skolotāju kompetenci skaidrot skolēniem mācību saturu. Pirmkārt, ir nepieciešams mācību līdzeklis didaktikā, kurā būtu aplūkotas gan teorētiskās nostādnes, kuras pamato to, kā skolotājiem vajadzētu skaidrot dažādus matemātikas satura jautājumus, gan konkrēti piemēri. Šāds mācību līdzeklis palīdzētu atrisināt problēmu, ka skolotāji nezina, kā varētu paskaidrot dažādus jautājumus. Prasmi skaidrot iespējams uzlabot tikai praktiski strādājot un kopā ar kolēģiem vai konsultantu kritiski analizējot savu darbu. Šāda analīze būtu īpaši efektīva, ja analizēts tiktu nofilmēts stundas fragments, jo tas ļautu skolotājam paskatīties uz sevi no malas.

Nepietiekamās zināšanas par to, kādus uzdevumus vajadzētu iekļaut mācību procesā, lai stimulētu skolēnu izziņas darbību, iespējams uzlabot tālākizglītībasursos, kuros skolotāji apgūtu, kā

- sagatavot un sistemātiski iekļaut mācībās tādus uzdevumu tipus un kontekstus, kuri attīsta ilgstošu, iedarbīgu mācīšanos;
- formulēt uzdevumus ar augstu izziņas darbības aktivizēšanas potenciālu, pievēršot uzmanību tam, lai tie būtu atbilstoši konkrēto skolēnu spējām.
- izmantot tādus uzdevumu formātus, piemēram, pa soļiem strukturētus uzdevumus, lai visiem skolēniem būtu iespēja darboties savu spēju un panākumu līmenī;
- ne tikai pieļaut, bet arī stimulēt dažādu risināšanas ceļu izvēli.

Tomēr ikdienas darbam noderīgāks būtu metodisks matemātikas didaktikā, kuru varētu izmantot, izvēloties un veidojot uzdevumus. Vēlmi pēc šādas grāmatas vai elektroniska materiāla intervijās izsaka arī paši skolotāji.

Tā kā skolotāju zināšanu trūkums par skolēnu problēmrisināšanas prasmju attīstīšanas iespējām ir vispārēja, ne atsevišķu skolotāju problēma, to var risināt, organizējot skolotājiem tālākizglītības kursus, kuros viņi paši risinātu dažādus problēmuzdevumus un paralēli risināšanai apgūtu metodiku tam, kā šādu uzdevumu risināšanu mācīt skolēniem. Tomēr lai problēmrisināšana reāli ienāktu ikdienas matemātikas stundās, skolotājiem jākonsultējas metodiskajās apvienībās, jādalās pieredzē vienam ar otru un jāanalizē sava pieredze.

Lai uzlabotu matemātikas skolotāju kompetenci izmantot skolēnu kļūdas mācību procesā, arī šim jautājumam jāvelta uzmanība, organizējot skolotāju tālākizglītības kursus. Apgūt prasmi strādāt ar skolēnu kļūdām skolotāji var, sadarbojoties ar kolēģiem vai konsultantu, kurš viņiem palīdzētu saprast konkrētu skolēnu kļūdu rašanās cēloņus. Šim jautājumam būtu jāpievērš īpaša uzmanība arī augstskolās, sagatavojot topošos matemātikas skolotājus.

Lai uzlabotu skolotāju kompetenci dažādu mācību metožu un darba formu lietošanā, jāņem vērā, ka viņiem ir zināšanas par šo jautājumu, bet trūkst prasmju. Šo problēmu palīdzētu risināt kursu laikā uzdoti mājas darbi, kuros ir prasība lietot kādu konkrētu metodi un nākamajā nodarbībā dalīties pieredzē par to, kas izdevās un kas neizdevās. Ieteicama būtu savstarpēja stundu vērošana, kā arī filmētu, metodiski bagātu matemātikas stundu vērošana un analizēšana.

Tā kā izpratne par summatīvo vērtēšanu vidēji ir laba, un nepilnības darbu izstrādē ir raksturīgas atsevišķiem skolotājiem, viņiem uzlabot kompetenci vislabāk varētu palīdzēt sadarbība ar kolēģiem, piemēram, kopā veidojot pārbaudes darbus. Formatīvās vērtēšanas prasmes uzlabot varētu būt grūtāk, jo lai to izdarītu, skolotājiem ļoti rūpīgi jāizvērtē tas, kā viņi plāno un vada stundas. Tā kā lielākā daļa matemātikas skolotāju ir ar ievērojamu darba stāžu (pētījumā iesaistīto skolotāju vidējais vecums bija 46 gadi un vidējais darba stāžs - 22 gadi), viņi daudzas lietas stundā dara automātiski, paši to nemaz neapzinoties. Lai skolotājiem dotu iespēju redzēt sevi no malas un pašiem pamanīt nepilnības savā darbībā, būtu ieteicams analizēt stundu ierakstus. Latvijā šī pieredze pagaidām nav plaši izplatīta, bet visi autori zināmie skolotāji, ieskaitot viņu pašu, kuriem ir bijusi iespēja vērot savu stundu ierakstus, viennozīmīgi atzinuši to par ļoti pamācošu pieredzi, kā arī atzinuši, ka ierakstā pamanījuši būtiskas savas darbības nianšes, kuras pirms tam nav apzinājušies.

4. Promocijas darbā izdarītie secinājumi un rekomendācijas

Pamatojoties uz promocijas darbā izklāstīto, autore secina, ka:

- matemātikas skolotāja kompetence matemātikas didaktikā nozīmē mērķtiecīgu mācību procesa plānošanu, prasmi daudzveidīgi izskaidrot mācību saturu skolēniem, mērķtiecīgu darbu ar uzdevumiem, pamatotu mācību metožu un darba formu izvēli, diferencētu darbu ar dažādu spēju skolēniem, izpratni par vērtēšanu un prasmi to īstenot mācību procesā un IT mērķtiecīgu lietošanu mācību procesā;
- skolotāja kompetenci matemātikas didaktikā ietekmē viņa kompetence matemātikā, subjektīvās teorijas par matemātiku un tās mācīšanu, kā arī ar mācību procesu saistītās skolotāja personības iezīmes;
- Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāji savā darbā izmanto pieredzes ceļā iegūto subjektīvo izpratni par labu matemātikas mācīšanu, viņiem trūkst izprastu teorētisko zināšanu matemātikas didaktikā;
- Latvijas pamatskolas matemātikas skolotājiem bieži ir grūti atzīt, ka viņu profesionālajā darbībā kaut ko būtu ieteicams mainīt un uzlabot;
- šobrīd Latvijā matemātikas skolotājiem tiek piedāvāts uzlabot savu kompetenci, studējot maģistrantūrā kādā no augstskolām vai arī piedaloties tālākizglītības kursos. Tā skolotāji var iegūt nepieciešamās zināšanas matemātikas didaktikā, tomēr pastāv risks, ka tās netiks īstenotas praksē. Riskanti ir arī tas, ka skolotāju kompetence matemātikā un tās didaktikā ir ļoti dažāda, bet tālākizglītības kursu programmas nepiedāvā diferencēta darba iespējas;
- Latvijā ir nepieciešams zinātniski pamatots mācību līdzeklis matemātikas didaktikā.

Lai uzlabotu Latvijas pamatskolas matemātikas skolotāju kompetenci matemātikas didaktikā, autore iesaka:

- organizēt matemātikas skolotāju tālākizglītošanos nelielās grupās, kuras veidotas no vienas skolas vai dažu tuvu esošu skolu skolotājiem un kuru darbu vada konsultants – cilvēks, kuram ir gan ļoti labas zināšanas matemātikā un tās didaktikā, gan darba pieredze skolā;
- tālākizglītības grupu darbu organizēt kā regulāras tikšanās (reizi 1-2 mēnešos), kuru laikā skolotāji apgūst jaunas zināšanas matemātikas didaktikā un analizē savu pieredzi iepriekšējā nodarbībā iegūto zināšanu izmantošanā.

Iegūto rezultātu praktiskie pielietojumi

Pētījumā iegūtie rezultāti izmantoti sekojošās jomās:

- Mācību līdzekļu izstrādē:
 - France I., Lāce G., Pickaine L., Miķelsone A., Matemātika 7. klasei., Lielvārds, 2007.
 - France I., Lāce G., Matemātika 7. klasei. Skolotāja grāmata., Lielvārds, 2007.
 - France I., Lāce G., Pickaine L., Miķelsone A., Matemātika 8. klasei., Lielvārds, 2008.
 - France I., Lāce G., Matemātika 8. klasei. Skolotāja grāmata., Lielvārds, 2008.
 - France I., Lāce G., Pickaine L., Miķelsone A., Matemātika 9. klasei., Lielvārds, 2009.
 - France I., Lāce G., Matemātika 9. klasei. Skolotāja grāmata., Lielvārds, 2009.
- Darbā ar matemātikā talantīgākajiem skolēniem Vidzemes reģionā, vadot Vidzemes matemātikas skolu 2004. – 2010. gadā
- Vadot Valmieras matemātikas skolotāju metodisko apvienību
- Izstrādājot tālākizglītības kursu programmas un vadot tālākizglītības kursus matemātikas skolotājiem.

Praktisko pielietojumu sabiedriskais novērtējums

Par radošu darbu izglītībā darba autorei piešķirtas:

- Ata Kronvalda prēmija 2003. gadā
- IZM Gada balva izglītībā 2008. gadā
- Ata Kronvalda SEB reģionālā prēmija 2010. gadā

Darba aprobācija kongresos un konferencēs

2.1. Pasaules mēroga kongresos

- 11. Starptautiskajā matemātikas izglītības kongresā (ICME11) Monterreijā (Meksika) 2008. gadā

2.2. Starptautiskās konferencēs

- 7. starptautiskajā zinātniskajā konferencē „Matemātikas mācīšana: vēsture un perspektīvas” Tartu (Igaunija) 2006. gadā
- 6. starptautiskajā konferencē „APLIMAT” Bratislavā (Slovākija) 2007. gadā
- 41. matemātikas didaktikas biedrības konferencē Berlīnē (Vācija) 2007. gadā
- 8. starptautiskajā zinātniskajā konferencē „Matemātikas mācīšana: vēsture un perspektīvas” Rīgā (Latvija) 2007. gadā
- Starptautiskajā konferencē „Gifted Children: Challenges and Possibilities” Kauņā (Lietuva) 2007. gadā
- 42. matemātikas didaktikas biedrības konferencē Budapeštā (Ungārija) 2008. gadā
- 43. matemātikas didaktikas biedrības konferencē Oldenburgā (Vācija) 2009. gadā
- 10. starptautiskajā zinātniskajā konferencē „Matemātikas mācīšana: vēsture un perspektīvas” Tallinā (Igaunija) 2009. gadā
- 2. starptautiskajā konferencē „Gifted Children: Challenges and Possibilities” Rīgā (Latvija) 2009. gadā
- 44. matemātikas didaktikas biedrības konferencē Minhenē (Vācija) 2010. gadā
- 8. Latvijas matemātikas konferencē Valmierā (Latvija) 2010. gadā

2.3. Citās konferencēs

- Konferencē „LatSTE 2008” Ogrē 2008. gadā

Promocijas darbā izmantotā literatūra

1. Autores publikācijas

1.1. Zinātniskas publikācijas starptautiski recenzējamos izdevumos

- [A1] Lāce. G. Daži IKT lietošanas aspekti matemātikas mācību procesā vispārīgglītojošās skolās. Realitāte un vīzija. – In: Proceedings of The LatSTE'2005 Conference. Mācību grāmata, Rīga, 2005. – pp. 46.-47.
- [A2] Lāce. G. Возможности мотивовать учеников к изучению математики. – In: Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives. Proceedings of the 7th International Conference. TU, Tartu, 2006. – pp.124.-128.
- [A3] Bērziņa I., Bonka D., Lāce G. Scillas and Haribdas in Developing Combinatorial Skills of Junior Students: Latvian Experience. – Department of mathematics Report Series. Volume 14. USB, Česke Budejovice, 2006. – pp.61.-64.
- [A4] Andžāns A., Bonka D., Lāce G. There are Many Roads to the only Truth. – Integral, Volume 9, Issue 6, November 2006. – pp.10-14.
- [A5] Andžāns A., Lāce G. What probability theory should be taught to bright high school students? – In: Proceedings of the 6th International Conference APLIMAT, Part III. SUT, Bratislava, 2007. – pp. 251.-256.
- [A6] Bērziņa I., Bonka D., Lāce G. The Mathematical Content of Junior Contests: Latvian Approach. – WFNMC Journal „ Mathematics Competitions”, Volume 20 Number 1, 2007. – pp.25. – 35.
- [A7] Lāce G. Wie man die Elemente der Kombinatorik in den Mittelstufenmathematikunterricht integrieren kann? – Beiträge zum Mathematikunterricht. Vorträge auf der 41. Tagung für Didaktik der Mathematik, DIV Verlag Franckebeck, 2007
- [A8] Lāce G. Achievements of 5th-8th graders at the Second round of the 57th latvian mathematical olympiad. Facts and lessons. – In: Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives. Proceedings of the 8th International Conference. Mācību grāmata, Rīga, 2007. – pp. 156.-161.
- [A9] Lāce G. Natural based on Experience Teaching of Combinatorics at Elementary School. – Selected Papers of International Scientific

Conference Gifted Children: Challenges and Possibilities. Technologija, Kaunas, 2007. – 3 pages.

- [A10] Cibulis A., Lāce G. The Experience of Development of Pupils' Creativity in Latvia. In: Proceedings of the Discussing Group9: Promoting Creativity for All Students in Mathematics Education. The 11th International Congress on Mathematical Education. University of Rousse, Bulgaria, 2008. – pp.217.-223.
- [A11] Lāce G. Von den Schülern gewählten Strategien für die Lösung der Problemaufgaben in der Kombinatorik. – Beiträge zum Mathematikunterricht 2008. Vorträge auf der 42. Tagung für Didaktik der Mathematik, Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien, Münster, 2008
- [A12] Lāce G. Vorstellungen, Überzeugungen, Erwartungen und Anforderungen der Sekundarstufenlehrer/ innen in Lettland – Beiträge zum Mathematikunterricht 2009. Vorträge auf der 43. Tagung für Didaktik der Mathematik, Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien, Münster, 2008

1.2. Starptautisku zinātnisku konferenču referātu tēzes

- [A13] Lāce. G. How to motivate students to learn mathematics. – In: Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives. 7th International Conference. Abstracts. TU, Tartu, 2006. – p. 32.
- [A14] Andžāns A., Lāce G. What probability theory should be taught to bright high school students? – In: APLIMAT 2007. Book of abstracts. Bratislava, 2007.
- [A15] Lāce G. Incorporating combinatorics into other topics of middle and high school curricula. Gemeinsame Jahrestagung der Deutschen Mathematiker – Vereinigung und der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. Vortragsprogramm mit Abstracts. Berlin, 2007 – p.334.
- [A16] Lāce G. Achievements of 5th-8th graders at the Second round of the 57th latvian mathematical olympiad. Facts and lessons. – In: Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives. 8th International Conference. Abstracts, Mācību grāmata, Rīga, 2007. – pp. 28.-29.

- [A17] Lāce G. Natural based on Experience Teaching of Combinatorics at Elementary School. – In: Gifted Children: Challenges and Possibilities. International Scientific Conference. Abstracts. Technologija, Kaunas, 2007. – p.48.
- [A18] Lāce G., Von den Schülern gewählten Strategien für die Lösung der Problemaufgaben in der Combinatorik. – In: 42. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. Abstracts. Budapest, 2008
- [A19] Lāce G., Vorstellungen, Überzeugungen, Erwartungen und Anforderungen der Sekundarstufenlehrer/ innen in Lettland. – 43. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. Abstracts. , Oldenburg, 2009. – p.77.
- [A20] Lāce. G. The Professional competence of primary school teachers of mathematics in didactics of mathematic. The choice of exercises. – In: Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives. 10th International Conference. Abstracts. TU, Tallinn, 2009.
- [A21] Lāce G. The beliefs of students gifted in mathematics about learning processes in mathematics. – In: Gifted Children: Challenges and Possibilities. 2nd International Scientific Conference. Abstracts. University of Latvia, Rīga, 2009. – p.30.-31.
- [A22] Lāce G. Lehrerfragen im Unterricht von Problemlösen. - Gemeinsame Jahrestagung der Deutschen Mathematiker – Vereinigung und der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. Vortragsprogramm mit Abstracts., München, 2010. – p.120.
- [A23] Lāce G., The competence of primary school mathematics teachers in mathematics and didactics in Latvia. – In: 8. Latvijas matemātikas konference. Tēzes., Valmiera, 2010.- p. 42.

1.3. Tradicionālā formā izdoti mācību līdzekļi

- [AM1] France I., Lāce G., Pickaine L., Miķelsone A., Matemātika 7. klasei., Lielvārds, 2007.
- [AM2] France I., Lāce G., Matemātika 7. klasei. Skolotāja grāmata., Lielvārds, 2007.
- [AM3] France I., Lāce G., Pickaine L., Miķelsone A., Matemātika 8. klasei., Lielvārds, 2008.
- [AM4] France I., Lāce G., Matemātika 8. klasei. Skolotāja grāmata., Lielvārds, 2008.
- [AM5] France I., Lāce G., Pickaine L., Miķelsone A., Matemātika 9. klasei., Lielvārds, 2009.
- [AM6] France I., Lāce G., Matemātika 9. klasei. Skolotāja grāmata., Lielvārds, 2009.

2. Citu autoru darbi

- Baumert, J., & Kunter, M. (2006). Stichwort: Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 9, 469–520.
- Blömeke, S., Kaiser, G., Lehmann, R., (2008). Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer (Hrsg.), Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher mathematikstudierender und –referendare; Erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerbildung. Münster: Waxmann.
- Blum, W., Dürke – Noe, C., Hartung, R., Köller, O. (2006). Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen. Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Bromme, R., Rheinberg, F., Minsal, B., Winteler, A., Weidenmann, B. (2006). Die Erziehenden und Lehrenden. In: A. Krapp & B. Weidenmann (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie* (5., vollst. überarb. Aufl.). -Weinheim: Beltz PVU, 269-355.
- Bromme, R. (1997): Kompetenzen, Funktionen und unterrichtliches Handeln des Lehrers. In: Weinert, F.E. (Hrsg.): *Encyklopädie der Psychologie. Pädagogische Psychologie. Bd. 3: Psychologie des Unterrichts und der Schule.* – Göttingen, 177-212.

- Bromme, R. (1995): Was ist ‚pedagogical content knowledge‘? Kritische Anmerkungen zu einem fruchtbaren Forschungsprogramm. In: Hopmann, S./Riquarts, K. (Hrsg.): *Didaktik und/oder Curriculum. Zeitschrift für Pädagogik*, 33, 105-115.
- Bromme, R. (1992). Der Lehrer als Experte: Zur Psychologie des professionellen Wissens. Bern: Huber.
- Bruder, R., Büchter, A., Leuders, T. (2008). Mathematikunterricht entwickeln: Bausteine für kompetenzorientiertes Unterrichten. Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Brunner, M., Kunter, M., Krauss, S., Klusmann, U., Baumert, J., Blum, W., Neubrand, M., Dubberke, T., Jordan, A., Löwen, K. & Tsai, Y.-M. (2006) Die professionelle Kompetenz von mathematiklehrkräften: Konzeptualisierung, Erfassung und Bedeutung für den Unterricht. Eine Zwischenbilanz des COACTIV-Projekts. In: M. Prenzel & L. Allolio-Näcke (Hrsg.), *Untersuchungen zur Bildungsqualität von Schule. Abschlussbericht des DFG – Schwerpunktprogramms*. Münster: Waxmann, 54-82.
- Edelmann, W. (2000⁶) Lernpsychologie. Weinheim: Beltz
- Geidžs, N.-L., Berliners, D.-C. (1999.) Pedagoģiskā psiholoģija. Rīga: Zvaigzne ABC
- Helmke, A. (2009). Unterrichtsqualität und Lehrerprofessionalität – Diagnose, Evaluation und Verbesserung des Unterrichts. Seelze: Klett -Kallmeyer in.
- Keiser, G., Vollstedt, M. (2007). Teachers’views on effective mathematics teaching: commentaries from a European perspective : *ZDM mathematics Education*, 39, 341-348.
- Kiel, E. (Hrsg.) (2008) Unterricht sehen, analysieren, gestalten. Bad Heilbrunn: Verlag Julius Klinkhardt.
- Leuders, T. (Hrsg.) (2003): Mathematik – Didaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II. Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Leuders, T. (2001): Qualität im Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I und II. Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Mayring, P. (2008). Qualitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken. Weinheim und Basel: Beltz Verlag.
- Oser, F. (2001): Modelle der Wirksamkeit in der Lehrer- und Lehrerinnenausbildung. In: Oser, F./Oelkers, J. (Hrsg.): *Die Wirksamkeit der Lehrerbildungssysteme*. – Chur, 67-96.
- Roth, W.-M. (2005): Doing Qualitative Research. Praxis of Method. Rotterdam/ Taipei: Sense Publishers.

- Shulman, L. S. (1986): Those who understand: Knowledge growth in teaching. In: *Educational Researcher*, 15, No. 2, 4-14.
- Terhart, E. (2006): Was wissen wir über gute Lehrer? In: *Pädagogik*, 58. Jg., H. 5, 42-47.
- Terhart, E. (2002): Standards für die Lehrerbildung. *Eine Expertise für die Kultusministerkonferenz*. –Münster.
- Terhart, E. (Hrsg.) (2000): Perspektiven der Lehrerbildung in Deutschland. *Abschlussbericht der von der Kultusministerkonferenz eingesetzten Kommission*. Weinheim.
- Van de Walle, J.A., Karp, K.S., Bay-Williams, J.M., (2010⁷) Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally. Boston: Pearson.
- Zech, F. (2002¹⁰): Grundkurs Mathematikdidaktik. Theoretische und praktische Anleitungen für das Lehren und Lernen von Mathematik. Weinheim und Basel: Beltz Verlag.

3. Izklāstā minētie normatīvie dokumenti

- [D1] Izglītības likums. Latvijas Vēstnesis, 17.11.1998., nr. 343.
- [D2] Bērnu tiesību aizsardzības likums. Latvijas Vēstnesis, 08.07.1998., nr. 199/200.
- [D3] MK noteikumi Nr.1027 "Noteikumi par valsts standartu pamatizglītībā un pamatizglītības mācību priekšmetu standartiem" . Latvijas Vēstnesis, 22.12.2006., nr. 204.

4. Interneta resursi

- [I1] <http://www.nbpts.org>
- [I2] <http://www.dzm.lv>
- [I3] <http://nms.lu.lv>
- [I4] <http://www.math.utah.edu/~pa/math/polya.html>
- [I5] <http://visc.gov.lv/saturs/profizgl/standarti/ps0238.pdf>

Pateicības

Vislielāko pateicību par uzticēšanos, iedrošinājumu, man ziedoto laiku un pacietību esmu parādā savam darba vadītājam profesoram Agnim Andžānam.

Par manis uzklausišanu, atbalstu un nenovērtējamu praktisku padomu sniegšanu pateicos LU NMS draudzīgajam kolektīvam, it īpaši Dacei Bonkai, un manam brālim Kasparam.

Par radošu izaicinājumu sniegšanu un draudzīgu kritiku pateicos ESF projektam „Dabaszinātnes un matemātika”, it īpaši Dacei Namsonei, Ilzei Francei, Līgai Čakānei, Evijai Slokenbergai un Līvijai Rātei, kā arī profesoram Jānim Mencim.

Darba izstrādes procesā neatsverams bija atbalsts, kuru saņēmu Valmieras Valsts ģimnāzijā no Jāņa Zemļicka, Edītes Būmanes, maniem draugiem, kolēģiem un, protams, skolēniem.

Par atbalstu tehnisku problēmu risināšanā no sirds pateicos Andrim Ozoliņam.

Par manas personības veidošanos tā, ka studijas doktorantūrā uzskatīju par pašsaprotamām, saku paldies saviem vecākiem, vecvecākiem un mānai Baibai.

Vismīļākais paldies par pacietību, patstāvību un motivēšanu nepadoties, saskaroties ar grūtībām, maniem bērniem – Rūtai, Annai un Reinim.