



**LATVIJAS  
UNIVERSITĀTE**

ANNO 1919

UNIVERSITY OF LATVIA

# Gāzes plūsmas ietekme uz siltuma un piemaisījumu transportu peldošās zonas procesā

Andrejs Sabanskis, Jānis Virbulis

Latvijas Universitāte, Fizikas un matemātikas fakultāte  
LU 72. zinātniskā konference  
Rīga, 2014. gada 30. janvāris

Šis darbs izstrādāts Latvijas Universitātē ar Eiropas  
Reģionālās attīstības fonda atbalstu projektā Nr.  
2013/0051/2DP/2.1.1.1.0/13/APIA/VIAA/009.



## 1. Ievads

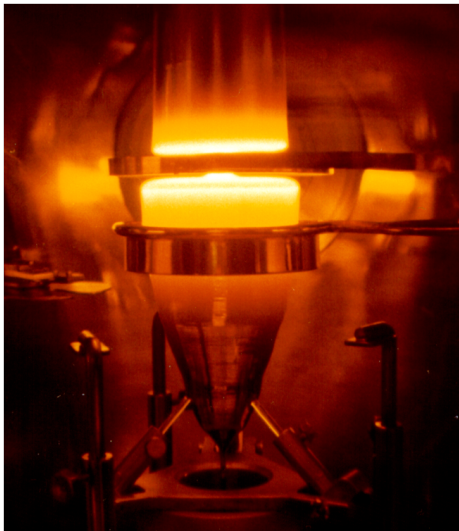
2. Aksisimetriskais matemātiskais modelis turbulentās argona plūsmas PZ iekārtā aprakstam, izmantojot OpenFOAM

3. PZ sistēmas ar kristāla diametru 4" (ICG, Berlīne, Dr. H. Rīmanis) aprēķina piemērs

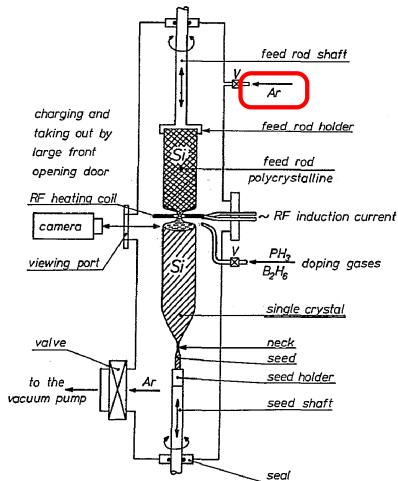
## 4. Secinājumi

# Silīcija monokristālu audzēšana ar PZ metodi

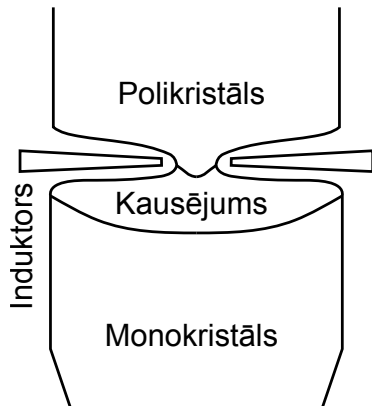
Ievads   Matemātiskais modelis   Aprēķina piemērs   Secinājumi   Literatūras saraksts



Dr. H. Rīmaņa attēls (ICG, Berlīne)



W. Zulehner. Mater. Sci. Eng. B, 73(1):7-15, 2000



- Augstfrekvences elektromagn. lauks (REM), 2D vai 3D
- Siltuma starojums, reflektora ietekme (skatu faktoru modelis)
- Siltuma pārnese kristālos, kausējumā un reflektorā (GEM)
- Brīvās kausējuma virsmas forma (iteratīva pieeja)
- Kušanas un kristalizācijas fronšu pozīcija
- Atklātās kušanas frontes modelis

- Modelis realizēts datorprogrammā FZone [2]
- Modeļa attīstība joprojām turpinās

## Kustības vienādojumi

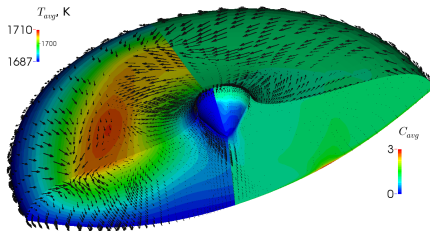
$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \nabla) \mathbf{U} = -\frac{\nabla p}{\rho_0} + \nu \nabla^2 \mathbf{U} + \mathbf{g} \beta (T - T_0)$$
$$\nabla \mathbf{U} = 0$$

## Temperatūras vienādojums

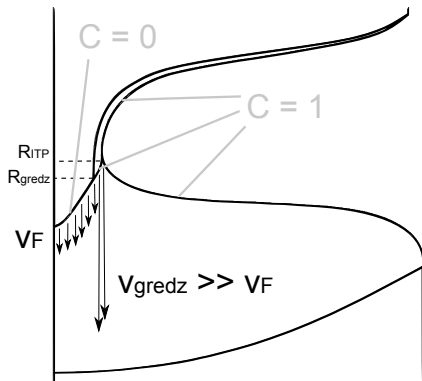
$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{U} \nabla) T = \frac{\lambda}{\rho c_p} \nabla^2 T$$

## Piemaisījumu transports

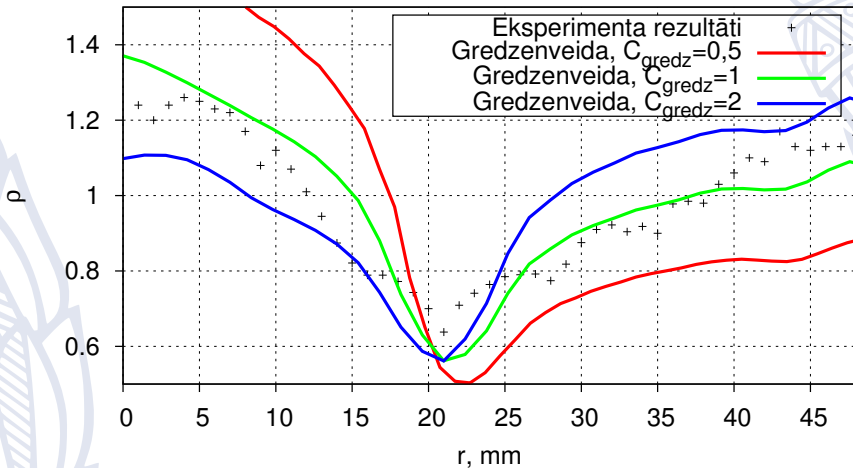
$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\mathbf{U} \nabla) C = D \nabla^2 C$$



[1, 3]



RPS,  $R_C = 4''$ , gredzenveida RN



Radiālie pretestības sadalījumi kristālā [3]

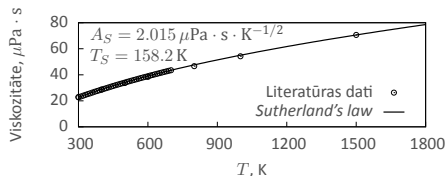
## Blīvums: ideālās gāzes likums

$$\rho = p \frac{M}{RT}$$

- $p$  – spiediens
- $M$  – molmasa
- $R$  – universālā gāzes konstante
- $T$  – absolūtā temperatūra

## Viskozitāte: Sutherland's law

$$\mu(T) = \frac{A_S \sqrt{T}}{1 + T_S/T}$$



- Izmantotās parametru vērtības:  $p_0 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  (atskaites spiediens),  $M = 40 \text{ g/mol}$ ,  $c_p = 520 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$
- SST k-omega low-Re turbulences modelis

## Nepārtrauktības vienādojums

$$\nabla (\rho \mathbf{U}) = 0$$

- $\mathbf{U}$  – ātrums

## Navjē-Stoksa vienādojumi

$$\begin{aligned} \nabla (\rho \mathbf{U} \mathbf{U}) = & -\nabla \left( p_{\text{rgh}} + \frac{2}{3} \mu_{\text{eff}} \nabla \mathbf{U} \right) - \rho \mathbf{x} \nabla \rho + \\ & + \nabla [\mu_{\text{eff}} (\nabla \mathbf{U} + \nabla \mathbf{U}^T)], \quad p_{\text{rgh}} = p - \rho \mathbf{g} \mathbf{x} \end{aligned}$$

- $\mu_{\text{eff}} = \mu + \mu_t$  – argona efektīvā dinamiskā viskozitāte ( $\mu$  – molekulārā,  $\mu_t$  – turbulentā)
- $g = 9.81 \text{ m/s}^2$  – brīvās krišanas paātrinājums
- $\mathbf{x}$  – rādiusvektors



## Entalpijas vienādojums

$$(\rho U) \nabla h - \nabla (\alpha_{\text{eff}} \nabla h) = U \nabla p, \quad \alpha_{\text{eff}} = \alpha + \alpha_t$$

- $h$  – entalpija
- $\alpha$  – entalpijas difūzijas koeficients
- Īpatnējā siltumietilpība  $c_p = \text{const}$ , tāpēc  $h = c_p T$

## Robežnosacījumi

- **Ātrums:** pielipšanas robežnosacījums uz sienām; kristālu vilkšana un rotācija netiek ņemta vērā
- **Temperatūra:** pirmā veida robežnosacījums uz sienām
- **Aksiālā simetrija:** wedge robežnosacījums uz priekšējās un aizmugurējās virsmas

## Konvekcijas-difūzijas vienādojums

$$(\rho \mathbf{U}) \nabla C = \nabla (\rho D_{\text{eff}} \nabla C), \quad D_{\text{eff}} = \frac{\nu}{Sc} + \frac{\nu_t}{Sc_t}$$

- $C$  – koncentrācija
- $D$  – koncentrācijas difuzivitāte
- $Sc$  – Šmita skaitlis

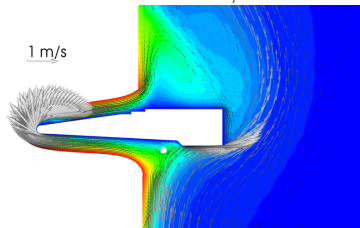
## Robežnosacījumi

- **Ieplūde:**  $C = 1$
- **Cietā silīcija virsmas:**  $\partial C / \partial n = 0$
- **Šķidrā silīcija virsmas:**  $C = 0$
- **Kameras sienas, induktors:**  $\partial C / \partial n = 0$

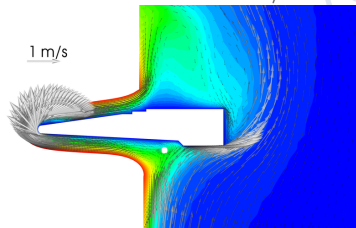
# $T$ un $U$ lauki induktora tuvumā

Ievads Matemātiskais modelis Aprēķina piemērs Secinājumi Literatūras saraksts

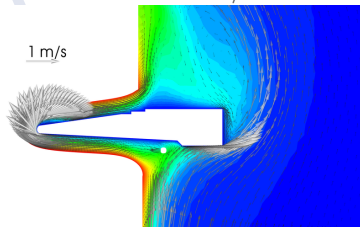
$V = 0.0 \text{ m/s}$



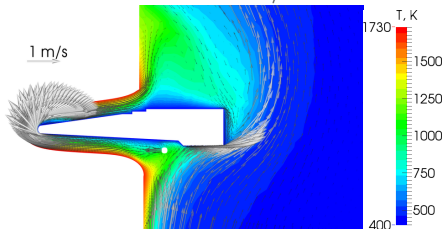
$V = 0.1 \text{ m/s}$



$V = 0.3 \text{ m/s}$

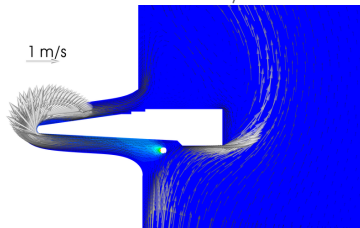


$V = 0.5 \text{ m/s}$

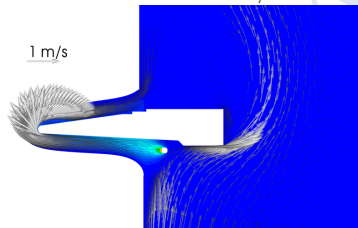


# $C$ un $U$ lauki induktora tuvumā

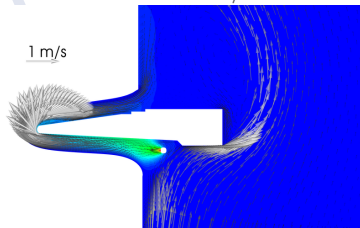
$V = 0.0 \text{ m/s}$



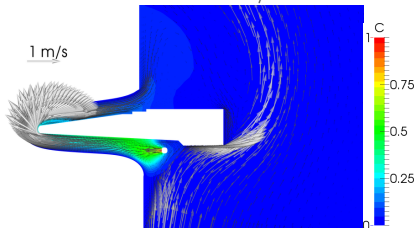
$V = 0.1 \text{ m/s}$



$V = 0.3 \text{ m/s}$



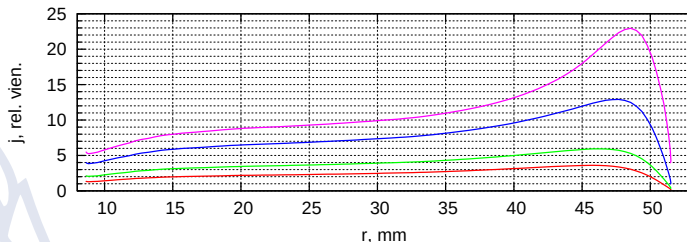
$V = 0.5 \text{ m/s}$



# $C$ plūsmas šķidrā silīcijā $j = -\rho D_{\text{eff}} \nabla C$

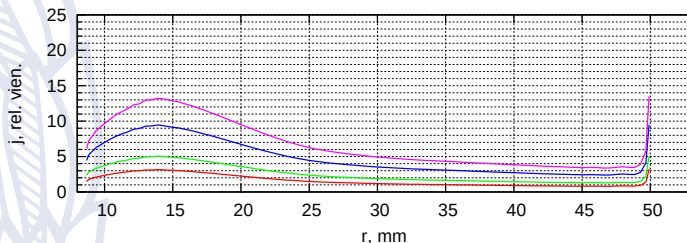
Ievads Matemātiskais modelis Aprēķina piemērs Secinājumi Literatūras saraksts

## Plūsmas caur brīvo virsmu



$V = 0.0$  m/s  
 $V = 0.1$  m/s  
 $V = 0.3$  m/s  
 $V = 0.5$  m/s

## Plūsmas caur atklāto kušanas fronti



$V = 0.0$  m/s  
 $V = 0.1$  m/s  
 $V = 0.3$  m/s  
 $V = 0.5$  m/s

| $V$ , m/s | Ieplūde | Brīvā virsma | Atklātā fronte |
|-----------|---------|--------------|----------------|
| 0.0       | 4.00    | 57.9%        | 26.8%          |
| 0.1       | 6.47    | 58.4%        | 26.5%          |
| 0.3       | 12.9    | 59.6%        | 24.8%          |
| 0.5       | 19.9    | 60.7%        | 22.7%          |

| $V$ , m/s | Brīvā/Atklātā | Pārējais |
|-----------|---------------|----------|
| 0.0       | 2.16          | 15.3%    |
| 0.1       | 2.20          | 15.2%    |
| 0.3       | 2.40          | 15.5%    |
| 0.5       | 2.68          | 16.6%    |

1. Izmantojot OpenFOAM, tika veikti aksiāli simetriskie argona plūsmas aprēķini PZ sistēmā;
2. Pie maziem ieplūdes ātrumiem attiecība starp piemaisījumu plūsmu caur brīvo virsmu un caur atklāto kušanas fronti ir ap 2.20; pieaugot ātrumam līdz 0.5 m/s, tā palielinās līdz 2.68;
3. Neatkarīgi no ieplūdes ātruma šķidrā silīcijā nonāk aptuveni 85% piemaisījumu;
4. Tālākās studijās iegūtie rezultāti jāizmanto piemaisījumu transporta kausējumā aprēķiniem.

- [1] Kaspars Lācis. Magnētisko lauku ietekmes 3D modelēšana peldošās zonas kristālu audzēšanā. Promocijas darbs, 2010.
- [2] G. Ratnieks, A. Muižnieks, and A. Mühlbauer. Modelling of phase boundaries for large industrial FZ silicon crystal growth with the needle-eye technique. *Journal of Crystal Growth*, 255(3-4):227–240, 2003.
- [3] Kirils Surovovs. Piemaisījumu transporta kausējumā 3D matemātiskā modelēšana peldošās zonas silīcija monokristāla audzēšanas procesā. Bakalaura darbs, 2013.



