



ĒGULDĪJUMS TAVĀ NĀKOTNĒ

Ievads kvantu skaitļošanā. Kvantu nelokalitāte

Andris Ambainis
LU Datorikas fakultāte

Kvantu mehānika

Datorzinātnes

Kvantu skaitļošana

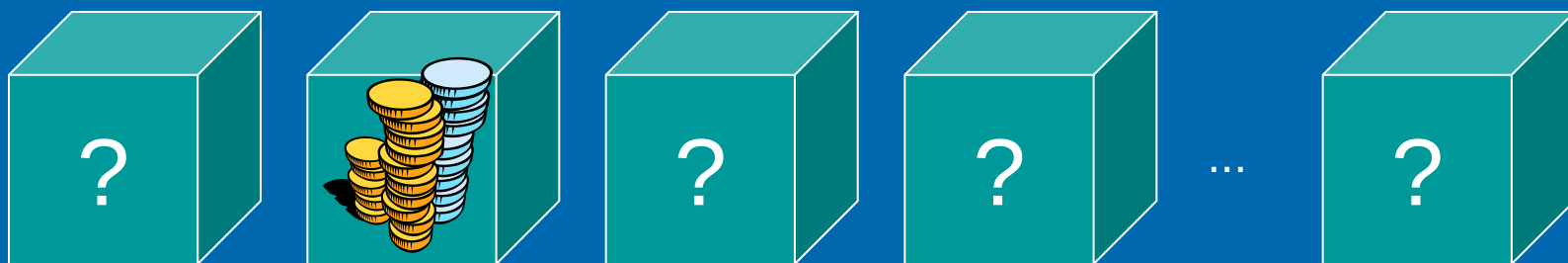


Ko var kvantu datori?

- $6231540623 = 93599 * 66577$.
- Cik ātri mēs varam atrast reizinātājus, ja mums dots tikai 6231540623?
- Lieliem (300 cipari) skaitļiem tradicionālie datori ir par lēnu.



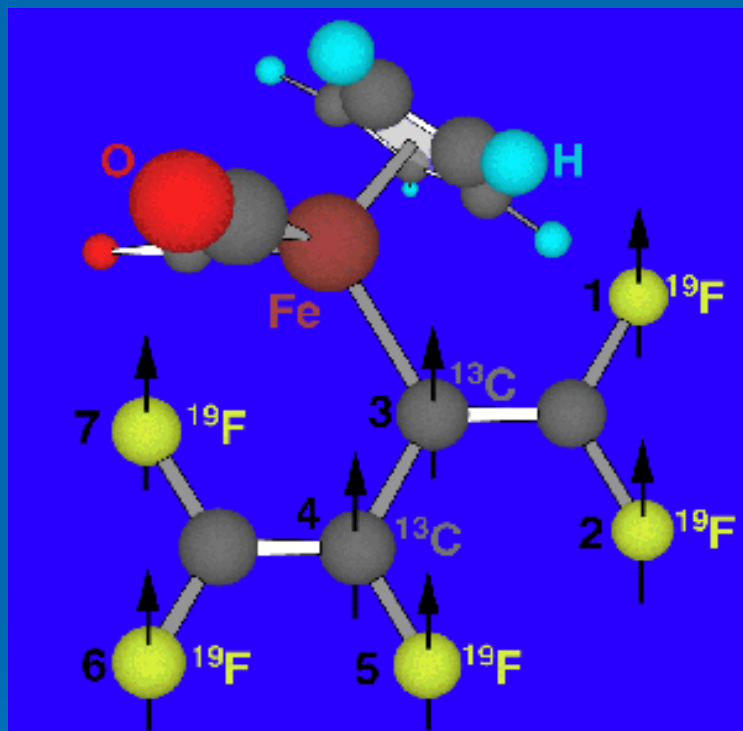
Meklēšana [Grover, 96]



- N objekti, jāatrod objekts ar noteiktu īpašību.
- Klasiski (ne-kvantu) algoritmi: N soļi.

Kvantu algoritms: $\sqrt{N}$ soļi.

12 bitu KMR kvantu dators (Waterloo/MIT, 2006)



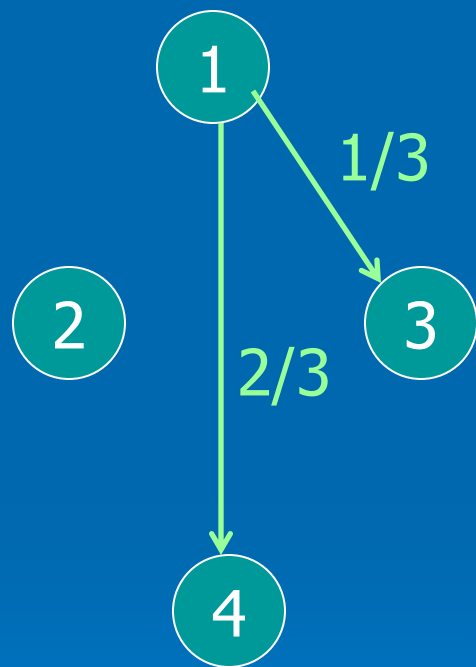
- Kvantu dators = molekula.
- Kvantu biti = atomu kodolu spini.
- Uz tiem iedarbojas ar magnētisko lauku.

15=3*5, meklēšana starp 4 elementiem.

Kvantu skaitļošanas modelis

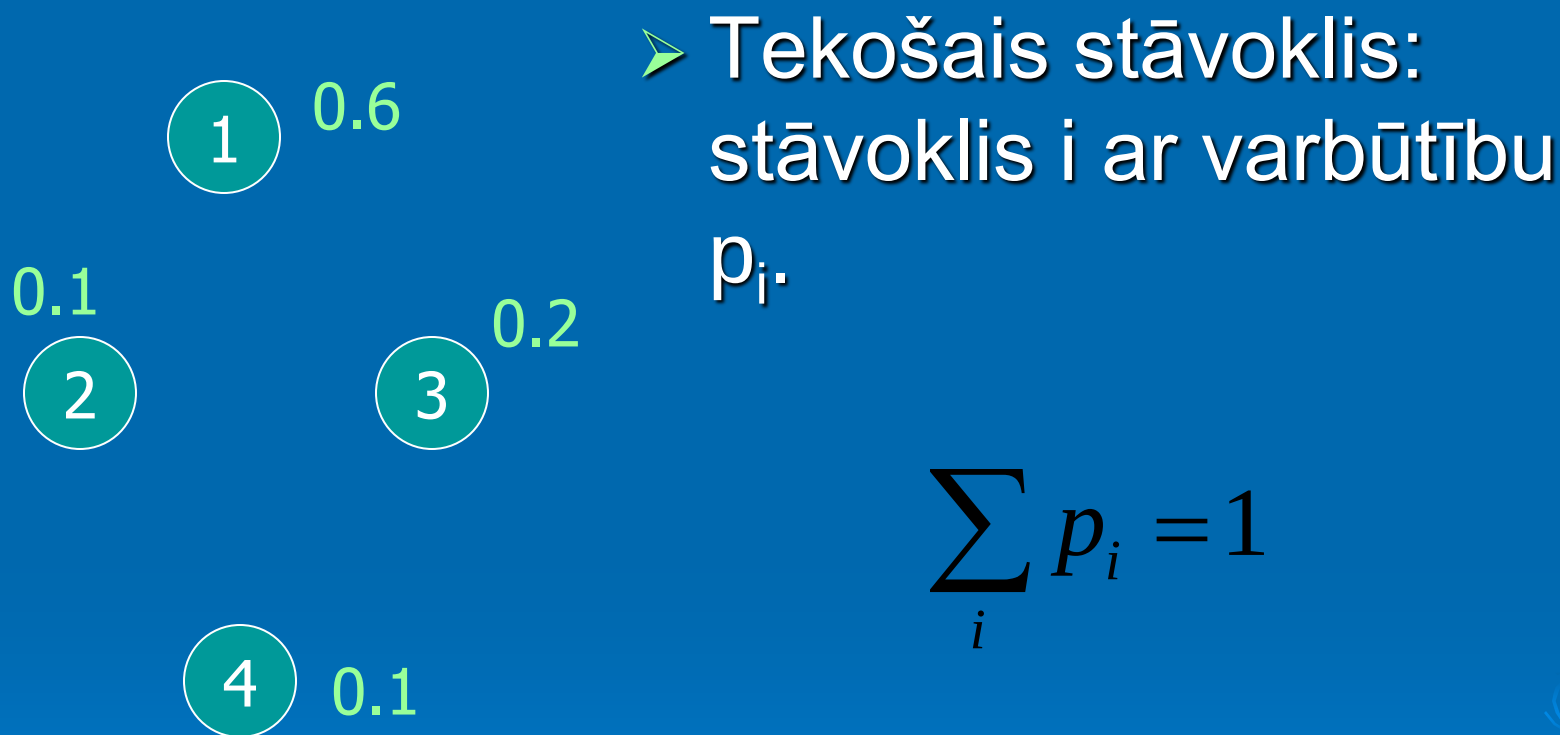


Varbūtiska sistēma



- Galīgs skaits stāvokļu.
- Varbūtiski pārvietojamies no tekošā stāvokļa uz nākošā.

Varbūtiskā sistēma



Kvantu sistēma

➤ Tekošais stāvoklis:
stāvoklis i ar amplitūdu

1 $0.4+0.3i$

-0.7

2

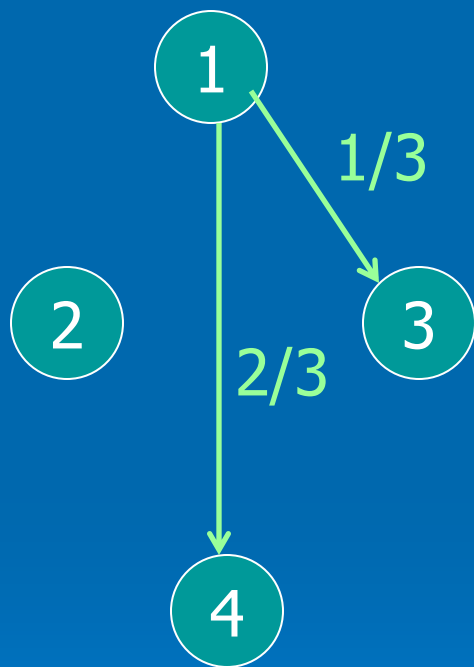
3 $0.4-0.1i$ α_i

4 0.3

$$\sum_i |\alpha_i|^2 = 1$$

Parasti, pietiek ar reālām
amplitūdām (kas var būt
negatīvas).

Varbūtiskā sistēma



- Pārejas: r_{ij} – varbūtība pāriet no i uz j .

$$p'_j = \sum_i p_i r_{ij}$$

Varbūtiska sistēma

- Varbūtību vektors $(p_1, \dots, p_M)$.
- Pārejas:

$$\begin{pmatrix} p'_1 \\ \dots \\ p'_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & \dots & r_{1M} \\ \dots & \dots & \dots \\ r_{M1} & \dots & r_{MM} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1 \\ \dots \\ p_M \end{pmatrix}$$

pēc pārejas pārejas varbūtības pirms pārejas

Kvantu sistēma

- Amplitūdu vektors $(\alpha_1, \dots, \alpha_M)$,
- Pārejas:

$$\sum_i |\alpha_i|^2 = 1$$

$$\begin{pmatrix} \alpha'_1 \\ \dots \\ \alpha'_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11} & \dots & u_{1M} \\ \dots & \dots & \dots \\ u_{M1} & \dots & u_{MM} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \dots \\ \alpha_M \end{pmatrix}$$

pēc pārejas

pārejas matrica

pirms pārejas

Atļautās operācijas

$$\begin{pmatrix} \alpha'_1 \\ \dots \\ \alpha'_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11} & \dots & u_{1M} \\ \dots & \dots & \dots \\ u_{M1} & \dots & u_{MM} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \dots \\ \alpha_M \end{pmatrix}$$

➤ U – unitāra:

- Ja $\sum_i |\alpha_i|^2 = 1$, tad $\sum_i |\alpha'_i|^2 = 1$.

Kopsavilkums

➤ Kvanti $\approx$ kompleksas varbūtības.

➤ $\sum_i p_i = 1$ vietā

$$\sum_i |\alpha_i|^2 = 1$$

Kā kvantu pasaule pārvēršas
par tradicionālo pasauli?

Mērījums

Kvantu stāvoklis:

$$\alpha_1 |1\rangle + \alpha_2 |2\rangle + \dots + \alpha_M |M\rangle$$



Mērījums

1

2

...

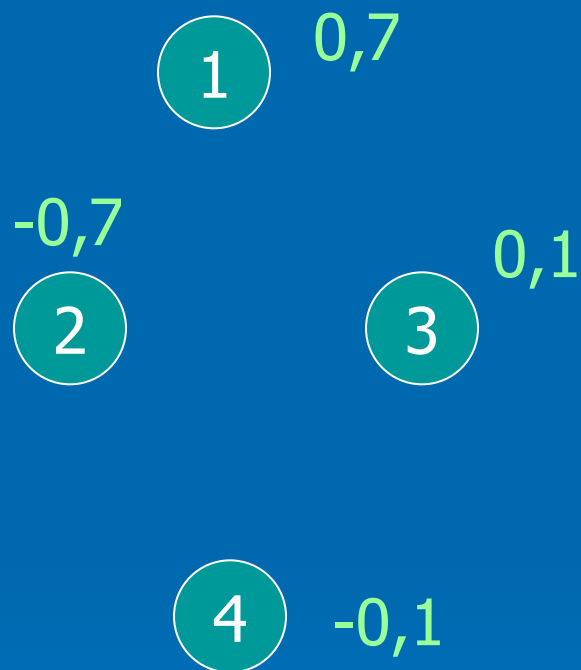
M

varb. $|\alpha_1|^2$

$|\alpha_2|^2$

$|\alpha_M|^2$

Apzīmējumi



➤ Bāzes stāvokļi:
 $|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle, |4\rangle$.

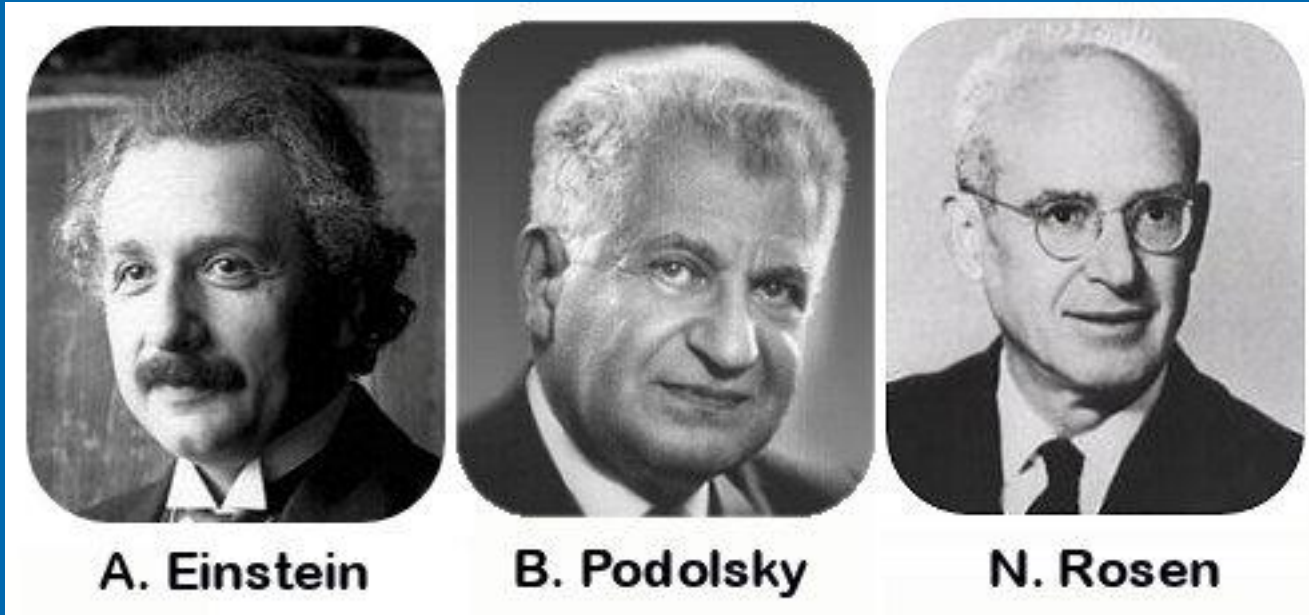
$$|\Psi\rangle = \begin{pmatrix} 0.7 \\ -0.7 \\ 0.1 \\ -0.1 \end{pmatrix}$$

$$|\Psi\rangle = 0,7|1\rangle - 0,7|2\rangle + 0,1|3\rangle - 0,1|4\rangle.$$

Kvantu nelokalitāte



Einstein, Podolsky, Rosen, 1936



Can Quantum-Mechanical Description of
Physical Reality Be Considered
Complete?

Eksperiments, kura
rezultātus var izskaidrot
tikai caur kvantu mehāniku?

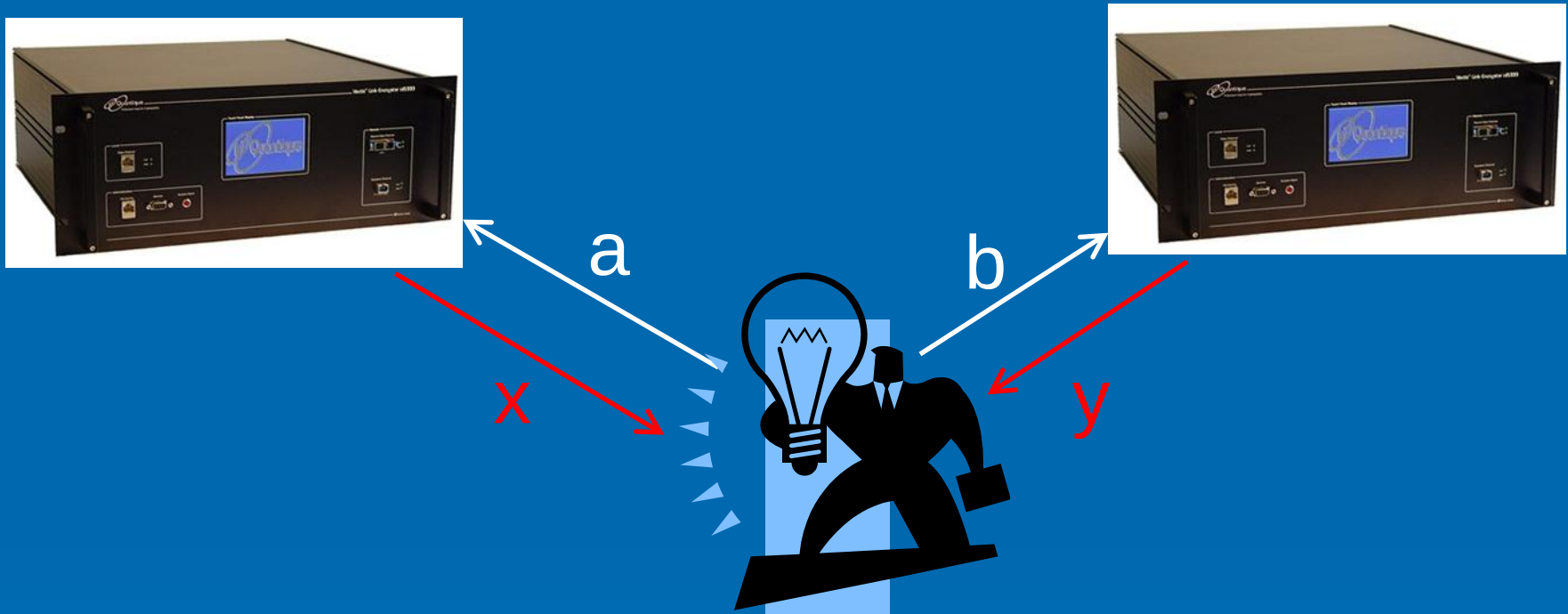




Ierīces nevar sazināties savā starpā

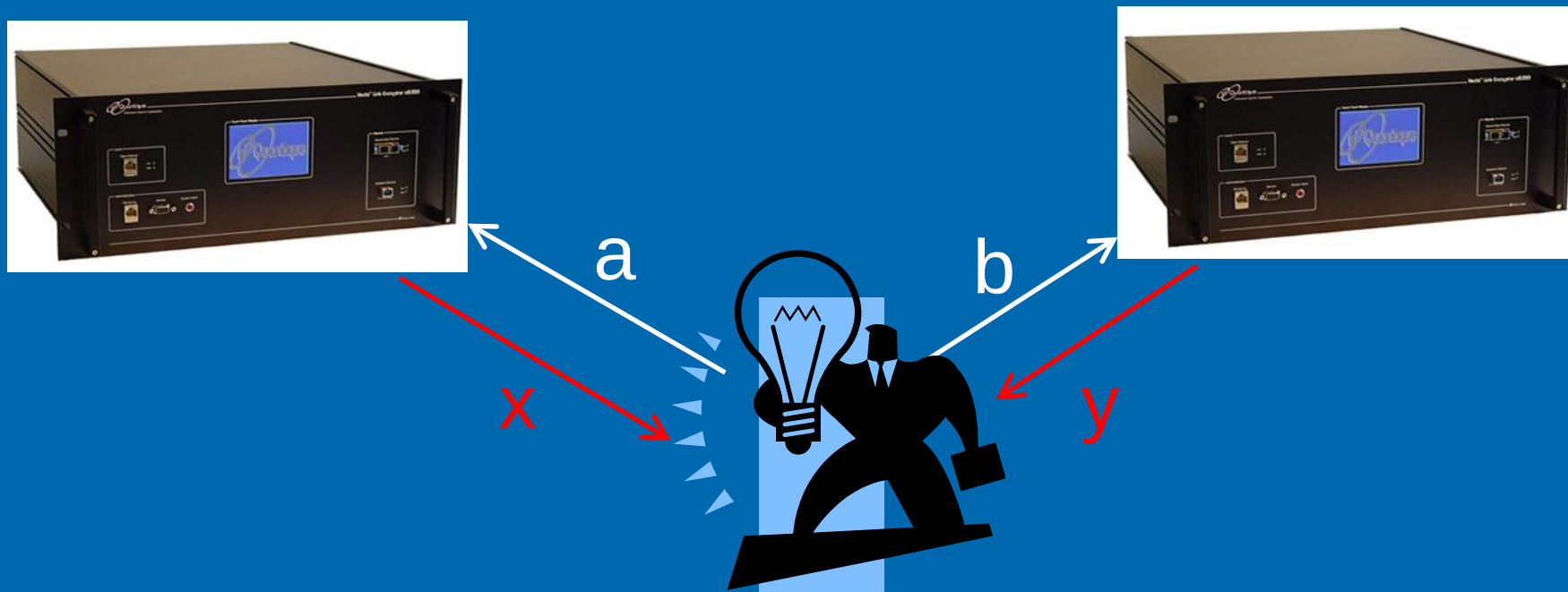


Clauser, Horne, Shimonyi, Holt, 69



- $a, b, x, y \in \{0, 1\}$;
- Ja $a = 0$ vai $b=0$, vēlams $x=y$;
- Ja $a=b=1$, vēlams $x \neq y$.

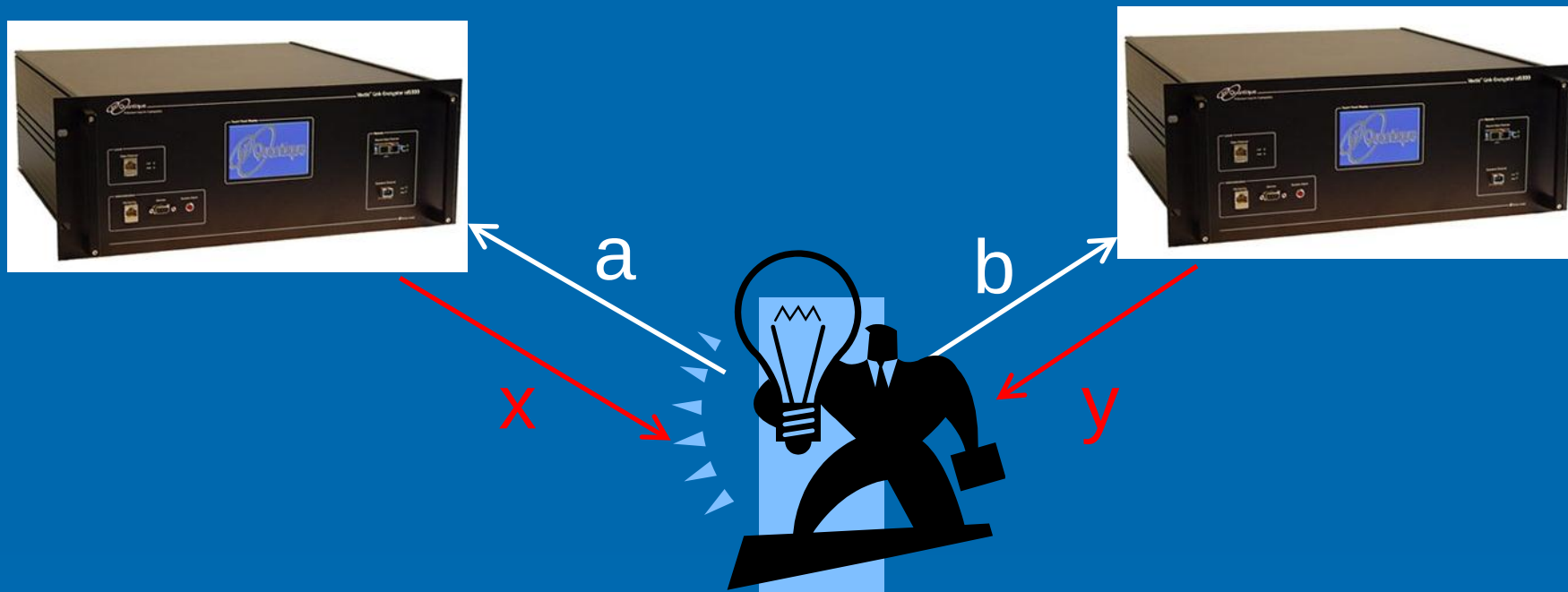
Klasiskas (ne-kvantu) ierīces



- 4 gadījumi: $ab = 00, 01, 10, 11$.
- Ierīces var izdot pareizo atbildi 3 no 4 gad.

Varbūtība: 0.75

Kvantu ierīces



- Var izdot pareizo atbildi ar varbūtību 0.85...

2 kvantu biti

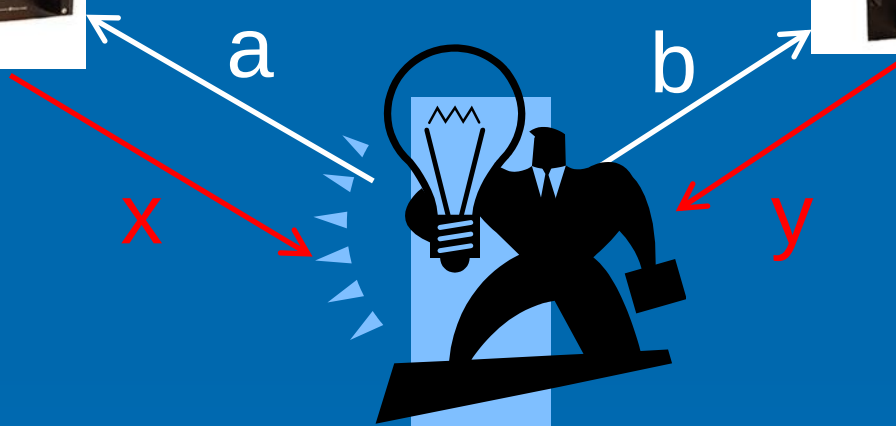


- Bāzes stāvokļi $|00\rangle$, $|01\rangle$, $|10\rangle$, $|11\rangle$.
- Stāvoklis $\frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle$
- Pirmais kvantu bits – vienai ierīcei, otrais – otrai.

Kvantu ierīces

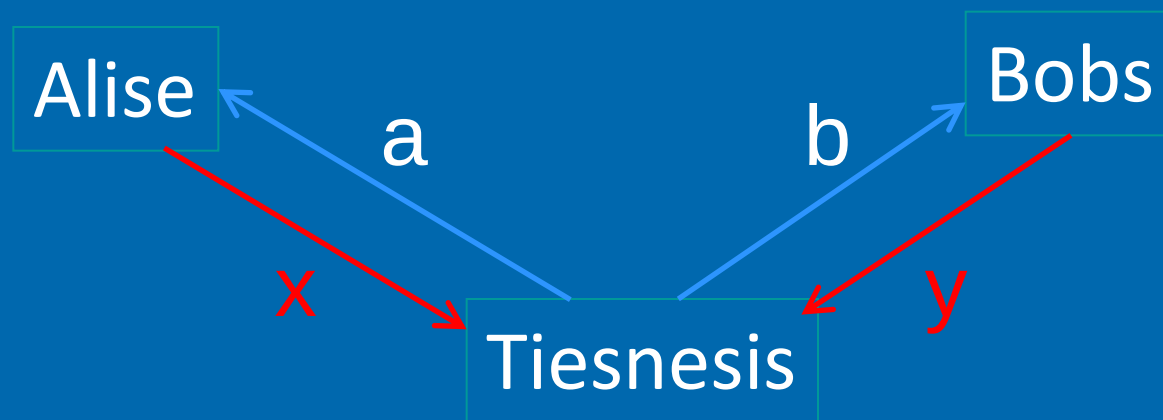


$$\frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle$$



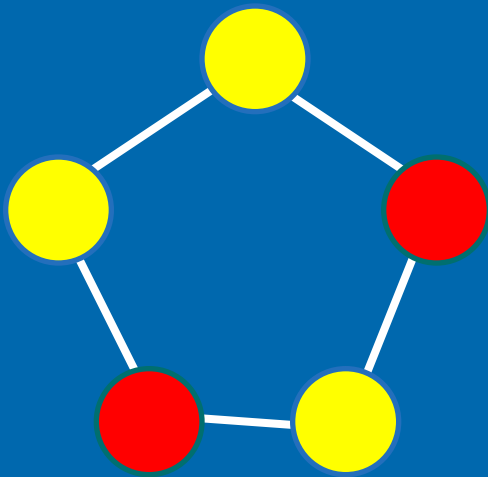
- Katra ierīce pielieto transformāciju U_a (U_b) savam kvantu bitam.
- Mēra kvantu bitu, atgriež rezultātu kā x (vai y).

Nelokālas spēles



- Tiesnesis uzdod jautājumus a , b Alisei un Bobam.
- Alise un Bobs atbild ar x , y ;
- Alice, Bob uzvar, ja izpildās nosacījums $P_{a,b}(x, y)$.

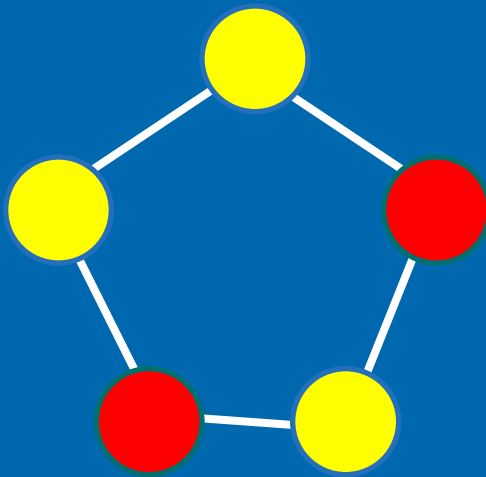
Piemērs



- Alise un Bobs mēģina pierādīt, ka 5 virsotnes ir nokrāsotas 2 krāsās tā, ka blakus virsotnes – dažādās krāsās.
- Tiesnesis var uzdot jautājumus par virsotņu krāsām.

Piemērs

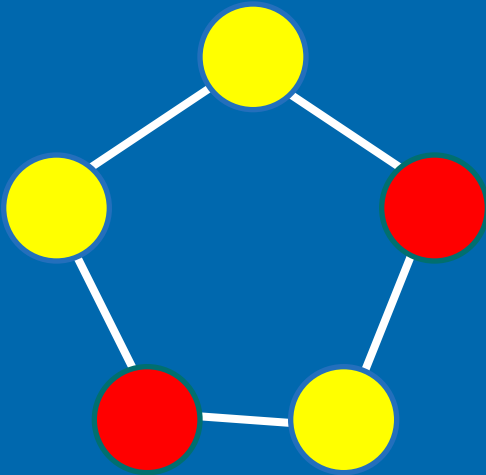
Tiesnesis:



- pajautā i . virsotnes krāsu Alisei un Bobam; viņi uzvar, ja atbildes sakrīt.
- pajautā i . virsotni Alisei, $(i+1)$. virsotni Bobam, viņi uzvar, ja atbildes atšķiras.

Piemērs

- $2n$ iespējami tiesneša jautājumu pāri.



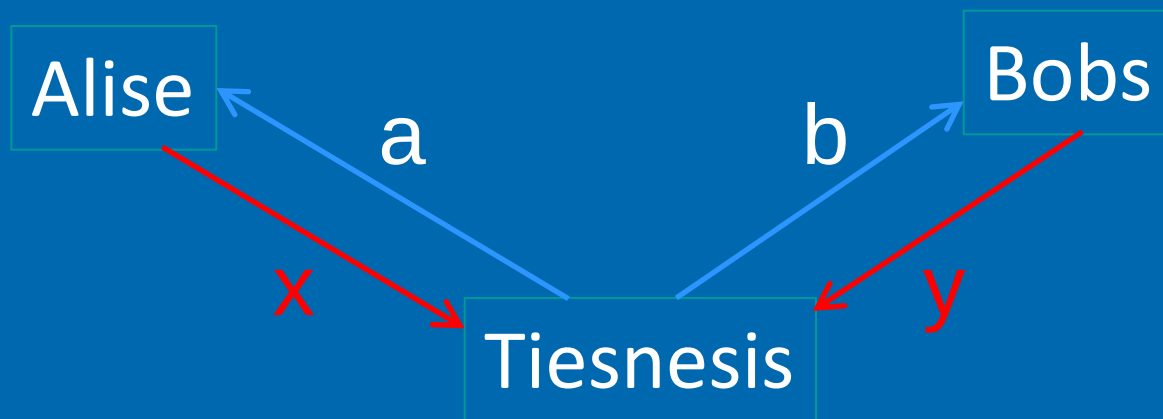
Uzvaras varbūtība:

- $1 - \frac{1}{2n}$ classically.
- $1 - \frac{C}{n^2}$ quantumly.

Nelokālas spēles ar nejaušiem nosacījumiem

Andris Ambainis, Artūrs Bačkurs,
Kaspars Balodis, Dmitrijs Kravčenko,
Raitis Ozols, Juris Smotrovs,
Madars Virza

Nejaušas nelokālas spēles



- $a, b \in \{1, 2, \dots, N\}$;
- $x, y \in \{0, 1\}$;
- Nosacījums $P(a, b, x, y)$ – nejaušs;

Ar lielu varbūtību, kvantu uzvaras varbūtība ir lielāka par klasisko.

Galvenie rezultāti

- N – iespējamo jautājumu skaits Alisei un Bobam.
- Klasiskā uzvaras varbūtība p_{cl} apmierina

$$\frac{1}{2} + \frac{0.6394...}{\sqrt{N}} \leq p_{cl} \leq \frac{1}{2} + \frac{0.8325...}{\sqrt{N}}$$

- Kvantu uzvaras varbūtība p_q apmierina

$$p_q = \frac{1}{2} + \frac{1 + o(1)}{\sqrt{N}}$$

Cita interpretācija

➤ Spēles vērtība = $p_{\text{win}} - (1 - p_{\text{win}})$.

$$\frac{1.2788...}{\sqrt{N}} \leq v_{cl} \leq \frac{1.6651...}{\sqrt{N}} \qquad v_q = \frac{2 + o(1)}{\sqrt{N}}$$

● Kvantu priekšrocība:

$$1.2011... \leq \frac{v_q}{v_{cl}} \leq 1.5638...$$

Salīdzinājums

➤ Nejauša XOR spēle:

$$1.2011... \leq \frac{v_q}{v_{cl}} \leq 1.5638...$$

● CHSH spēle:

$$\frac{v_q}{v_{cl}} = \sqrt{2} = 1.4142...$$

● Labākā XOR spēle:

$$\frac{v_q}{v_{cl}} = K_G, \quad 1.676... \leq K_G \leq 1.782...$$