Aktivitāte „Pētījumi kvantu skaitļošanā”

Aktivitāte pēta kvantu skaitļošanas teoriju. Notiek pētījumi šādos apakšvirzienos:

- Kvantu algoritmu konstruēšana (A. Ambainis, N. Nahimovs, A. Rivošs);
- Apakšējo novērtējumu pierādīšana kvantu algoritmiem (A. Ambainis);
- Kvantu stāvokļu konfigurācijas (A. Ambainis, J. Smotrovs);
- Būla funkciju vaicājumsarežģītība (A. Ambainis, J. Smotrovs);
- Kvantu nelokalitāte un kvantu spēles (A. Ambainis, D. Kravčenko, A. Škuškovniks, J. Smotrovs);
- Kvantu automāti (R. M. Freivalds, M. Golovkins, M. Kravcevs, A. Škuškovniks);
- Kvantu loģika (J. Cīrulis).

Kvantu algoritmu konstruēšana. Viens no kvantu skaitļošanas teorijas galvenajiem uzdevumiem ir atrast uzdevumus, kurus kvantu dators spētu atrisināt ātrāk nekā tradicionālie datori. Projekta laikā iegūti vairāki rezultāti šajā virzienā:

- Vispārināts iepriekš zināmais kvantu algoritms loģikas formulu rēķināšanai, iegūstot kvantu algoritmu, kas ne tikai izrēķina formulas vērtību, bet arī atrod sertifikātu šai vērtībai. (Sertifikāts ir mainīgo, kuru vērtības nosaka formulas vērtību, kopa.)
- Parādīts, ka Grovera kvantu meklēšanas algoritmu iespējams paātrināt, ja tā darbību pārtrauc nedaudz ātrāk nekā Grovera algoritma standartvariantā.
- Veikti datoreksperimenti par kvantu klejošanas izmantošanu kvantu algoritmu konstruēšanā. Secināts, ka kvantu klejošanu plaknē var izmantot meklēšanā plaknē efektīvākā veidā nekā iepriekšējos kvantu algoritmos.
- Atrasti efektīvāki kvantu algoritmi divdaļu (bipartite) grafu noteikšanai.
- Atrasti efektīvāki kvantu algoritmi ierobežotas pakāpes grafu ekspansijas noteikšanai.
- Analizēta Grovera kvantu meklēšanas algoritma uzvedība gadījumā, ja jautājumi par meklēto elementu vērtībām var dot kļūdainas atbildes. Konstatēts, ka kļūdu esamība būtiski palēnina algoritma darbību. Atrasts robežstāvoklis, uz kuru tiecas algoritma stāvoklis pēc liela soļu skaita un konstatēts, ka šis stāvoklis nav atkarīgs no kļūdu varbūtībām. Novērtēts ātrums, ar kādu algoritma stāvoklis tiecas uz šo robežstāvokli.
- Pētīti kvantu algoritmi, kas vienmēr izdod pareizo atbildi. Šādus kvantu algoritmus sauc par eksaktiem kvantu algoritmiem un konstruēt šādus kvantu algoritmus ir daudz grūtāk nekā parastos kvantu algoritmus, kuri var izdod nepareizo atbildi ar nelielu varbūtību. Atrasts pirmais piemērs vaicājošo algoritmu modelī, kur eksakti kvantu algoritmi ir vairāk nekā 2 reizes efektīvāki par klasiskajiem algoritmiem.

Nolasīts ielūgtais referāts par kvantu algoritmiem MFCS (Mathematical Foundations of Computer Science) – vienā no Eiropas vadošajām konferencēm par datorzinātņu teoriju.

Publikācijas:

1. A. Ambainis, A. M. Childs, F. Le Gall, and S. Tani. The quantum query complexity of certification. *Quantum Information and Computation*, 10 (3 –4):181 –189, 2010.
2. A. Ambainis. New Developments in Quantum Algorithms. *Proceedings of*

MFCS'2010, Lecture Notes in Computer Science, vol. 6281, pp. 1 –11.

3. A. Ambainis. Quantum Search with Variable Times. *Theory of Computing Systems*, 47 (2010), 786 –807
4. A. Ambainis, A. M. Childs, Y. K. Liu: Quantum Property Testing for Bounded-Degree Graphs. APPROX-RANDOM 2011: 365–376.
5. A. Ambainis, A. Bačkurs, N. Nahimovs, R. Ozols, A. Rivosh, Search by Quantum Walks on Two-Dimensional Grid without Amplitude Amplification. *Proceedings of TQC'2012*, Lecture Notes in Computer Science, 7582:87–97.
6. A. Ambainis, A. Bačkurs, N. Nahimovs, A. Rivosh. Grover's algorithm with errors, *Proceedings of MEMICS'2012*, Lecture Notes in Computer Science, vol. 7721, 2012.

Referāti:

1. A. Ambainis. Kvantu skaitļošana: datoriķa skatījums. Referāts LU 68. zinātniskās konferences sekcijā "Datorzinātne un informācijas tehnoloģijas" 05.02.2010.
2. N. Nahimovs, A. Rivošs. Kvantu meklēšana ir ātrāka, ja to pārtrauc priekšlaicīgi. Referāts LU 68. zinātniskās konferences sekcijā "Datorzinātne un informācijas tehnoloģijas" 19.02.2010.
3. A. Ambainis. New Developments in Quantum Algorithms. 35th International Symposium on Mathematical Foundations of Computer Science (MFCS'2010), Brno, Čehija, 2010.g. augusts.
4. A. Rivošs. A quantum algorithm for function reconstruction, Central European Workshop on Quantum Information Processing (CEQIP'2010), Valtice, Čehija, 2010.g. jūnijs.
5. A. Rivošs, N. Nahimovs. A quantum algorithm for function reconstruction. 9. Igaunijas vasaras skola datorzinātnē (ESSCaSS'10), Pedase, Igaunija, 2010.g. augusts.
6. A. Ambainis. New developments in quantum algorithms. Latvian-Estonian Theory Days, Salacgrīva, 30.09.2010–3.10.2010.
7. N. Nahimovs. Constant factor improvement of the Grover's algorithm. Latvian-Estonian Theory Days, Salacgrīva, 30.09.2010–3.10.2010.
8. J. Smotrovs. Tutorial on quantum computing. Latvian-Estonian Theory Days, Salacgrīva, 30.09.2010–3.10.2010.
9. A. Ambainis. Variable time amplitude amplification and a faster quantum algorithm for systems of linear equations. 14th workshop on Quantum Information Processing - QIP 2011, Singapūra, 2011.g. 13. janvāris.
10. A. Ambainis. Kvantu algoritmi lineāru vienādojumu sistēmu risināšanai. LU 69. konference, Datorzinātnes un informācijas tehnoloģijas apvienotā sekcija, 2011.g. 4. februāris.
11. A. Ambainis. Variable time amplitude amplification and quantum algorithms for linear algebra. QCS workshop, Rīga, 2011.g. 19. maijs.
12. A. Rivosh, N. Nahimovs. Quantum walks on two dimentional grid without amplitude amplification, 8th Central European Quantum Information Procesing workshop (CEQIP 2011), 2011.g. 3. jūnijs.
13. A. Ambainis. New methods for quantum algorithms. 11th Asian Quantum Information Science Conference, Busana, Dienvidkoreja, 2011.g. 23. augusts.
14. J. Smotrovs. Ievads kvantu skaitļošanā. LU un LMT datorzinātņu dienas, Ratnieki, Latvija, 2011.g. 9. augusts.
15. A. Rivošs. Meklēšana ar kvantu klejošanu divdimensionālā režģī bez amplitūdas

amplifikācijas. LU un LMT datorzinātņu dienas, Ratnieki, Latvija, 2011.g. 9. augusts.

16. A. Ambainis, A. Bačkurs, N. Nahimovs, R. Ozols, A. Rivošs. Search by quantum walks on two dimensional grid without amplitude amplification. 15th International Workshop on Quantum Information Processing, 2011.g. 12. decembris.
17. A. Ambainis, A. Bačkurs, N. Nahimovs, R. Ozols, A. Rivošs. Kvantu klejošana uz divdimensiju režģa. Latvijas Universitātes 70. konference, 2012.g. 10. februāris.
18. A. Ambainis. Variable time amplitude amplification and quantum algorithms for linear algebra. Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science (STACS), Parīze, Francija, 2012.g. 1. marts.
19. A. Ambainis. Classical cryptography that is secure against quantum computers? Kripto Diena 2012, LU, Rīga, 2012.g. 30. maijs.
20. A. Ambainis. Cryptography that is secure against quantum computers? Tartu Universitāte, 2012.g. 7. jūnijs.
21. A. Ambainis. Theory of quantum computing. Starptautiskā konference "Fotonikas tehnoloģijas, Rīga 2012", Rīga, 2012.g. 27. augusts.
22. N. Nahimovs. Better algorithms for search by quantum walks on two-dimensional grid. Central European Workshop on Quantum Information Processing (CEQIP), 2012.g. 8. jūnijs.
23. N. Nahimovs. Grovers algorithm with errors. Annual Doctoral Workshop on Mathematical and Engineering Methods in Computer Science (MEMICS'2012), Znojmo, Czech Republic, Oct. 25–28, 2012.

Apakšējo novērtējumu pierādīšana kvantu algoritmiem. Apakšējie novērtējumi ir rezultāti, kas pierāda, ka noteiktu problēmu nevar atrisināt ātrāk par noteiktu laiku. Ja apakšējais novērtējums sakrīt ar labākā algoritma darbības laiku, tad mēs zinām, ka algoritms ir optimāls un to nav iespējams tālāk uzlabot. Galvenie rezultāti:

- Pabeigts darbs pie metodes, kā pierādīt kvantu apakšējos novērtējumus, izmantojot simetrijas. (Izmantotais matemātiskais aparāts: grupu reprezentāciju teorija.) Metode izmantota, lai pierādītu, ka risinot vairākus meklēšanas uzdevumus vienlaikus, labākais iespējamais kvantu algoritms ir katra meklēšanas uzdevuma risināšana neatkarīgi no pārējiem meklēšanas uzdevumiem.
- Atrastas jaunas metodes, lai pierādītu apakšējos novērtējumus kvantu stāvokļu ģenerēšanas problēmai. Ar šo metodi pierādīts, ka indeksu dzēšanas (Index erasure) problēmas apakšējais novērtējums sakrīt augšējo novērtējumu.
- Pierādīts, ka simetriskām funkcijām kvantu vaicājošo algoritmu modelī kvantu paātrinājums ir ne vairāk kā polinomiāls: ja funkciju var izrēķināt ar kvantu algoritmu, kas izmanto Q vaicājumus, to var izrēķināt arī ar klasisku algoritmu, kas izmanto $O(Q^9)$ vaicājumus. Pierādījums publicēts.

Publikācijas:

1. A. Ambainis. A New Quantum Lower Bound Method, with an Application to a Strong Direct Product Theorem for Quantum Search. Žurnāls "Theory of Computing", 6:1 –26, 2010.
2. A. Ambainis. L. Magnin, M. Roetteler, J. Roland: Symmetry-Assisted Adversaries for Quantum State Generation. IEEE Conference on Computational Complexity 2011: 167–177.

3. S. Aaronson, A. Ambainis. The Need for Structure in Quantum Speedups. ICS 2011: 338–352.

Referāti:

1. A. Ambainis. „Quantum Valiant-Vazirani: an impossibility result". 13th International Workshop on Quantum Information Processing (QIP'2010), Rump Session, Cīrihe, Šveice, 20.01.2010.
2. S. Aaronson, A. Ambainis, The need for structure in quantum speedups, Innovations in Computer Science – ICS 2011, Tsinghua University, Beijing, China, 2011.g. 8. janvāris.
3. A. Ambainis. Kvantu algoritmi un apakšējie novērtējumi. LU un LMT datorzinātņu dienas, Ratnieki, Latvija, 2011.g. 9. augusts.
4. A. Ambainis. Quantum lower bounds and group representation theory. Theory of Quantum Computation (TQC), Tokija, Japāna, 2012.g. 17. maijs.

Kvantu stāvokļu konfigurācijas. Veikti pētījumi vairākos jautājumos, kas saistīti ar kvantu stāvokļiem kā ģeometriskiem objektiem un to konfigurācijām.

Svarīgākais rezultāts ir kvantu Lovaša (Lovasz) lemma – ungāru matemātiķa L. Lovaša 1975. gadā pierādītās lokālās lemmas vispārinājums kvantu stāvokļiem. Kvantu Lovaša lemma apskata nosacījumus attiecībā uz kvantu stāvokļiem. Ja katru nosacījumu apmierinošie stāvokļi veido apakštelpu ar lielu dimensiju skaitu un nosacījumi ir gandrīz neatkarīgi, tad kvantu Lovaša lemma garantē, ka eksistē kvantu stāvoklis, kas apmierina visus nosacījumus.

Kvantu Lovaša lemma iegūta sadarbībā ar zinātniekiem no Telavivas universitātes (*J. Kempe un O. Sattath*) un uzskatāma par nozīmīgu projekta aktivitātes sasniegumu. Raksts par šo lemmu publicēts pasaules vadošajā konferencē datorzinātņu teorijā – *ACM Symposium on Theory of Computing*.

Otrs pētījumu virziens ir savstarpēji nenosliektas bāzes (*SNB; angliski „Mutually unbiased bases", MUB*). SNB ir noteikti vienmērīgi vektoru (ortonormētu bāžu) izvietojumi daudzdimensiju telpā, kas ir nozīmīgi kvantu mehānikā un informācijas teorijā. Tiek pētīts jautājums, vai n dimensiju telpā ir iespējams izvietot n+1 savstarpēji nenosliektu bāzi. Pētījumā tiek izmantotas sakarības starp SNB vektoru izvietojumus un noteiktiem kombinatoriskiem skaitļu izvietojumiem (relatīvām starpībkopām, nesen jaunaplūkotajām multistarpībkopām u. c.). Pētījuma ietvaros ir izdevies pierādīt dažu šādu izvietojumu neiespējamību, tomēr lielākajā daļā gadījumu jautājums joprojām paliek atklāts.

Publikācijas:

1. A. Ambainis, J. Kempe, O. Sattath. A quantum Lovász local lemma. *Proceedings of STOC 2010*, pp. 151–160.

Referāti:

1. A. Ambainis. Quantum Lovasz local lemma. Heilbronn Quantum Algorithms Day, Bristol, UK, 2010.g. 18. maijs.
2. A. Ambainis. Two random matrix problems inspired by quantum information theory. Workshop on Random Matrix Techniques in Quantum Information Theory, Waterloo, Kanāda, 2010. g. jūlijs.
3. A. Ambainis. Some olympiad problems in combinatorics and their generalizations. Congress of World Federation of National Mathematics Competitions (WFNMC),

Rīga, Latvija, 2010. g. jūlijs.

Būla funkciju vaicājumsarežģītība. Būla funkciju vaicājumsarežģītības modelis ir viens no pētītākajiem kvantu skaitļošanā: tajā var aprakstīt daudzas svarīgas skaitļošanas problēmas. Šajā modelī ir dota zināma Būla funkcija ar N argumentiem un melnā kaste, kurā ir šīs funkcijas argumentu vērtības. Algoritms drīkst ar vaicājumu palīdzību prasīt melnajai kastei argumentu vērtības un, kad zina par argumentiem pietiekami daudz, izdot funkcijas vērtību. Sarežģītības mērs ir vaicājumu skaits. Skaidrs, ka ar N vaicājumiem pietiek, jo, ja zināmi visi argumenti, tad skaidra arī funkcijas vērtība.
Viena no ilgi neatrisinātām problēmām šajā jomā ir noskaidrot, kāda ir kvantu vaicājumsarežģītība nejaušai Būla funkcijai jeb, kas ir būtībā ekvivalenti, gandrīz visām Būla funkcijām ar doto argumentu skaitu. A. Ambainis 1998. gadā pierādīja, ka vajag vismaz N/4 – o(N) vaicājumus. No otras puses, pielietojot Grovera algoritmu, viegli secināt, ka pietiek ar N/2 + o(N) vaicājumiem. Kopš 1998. gada būtisku uzlabojumu šiem novērtējumiem līdz šim nebija izdevies gūt.

2011. gadā ar dažādiem paņēmieniem pētīta Būla funkciju izsakāmība ar polinomiem un polinomu kvadrātu summām, ir izdevies iegūt novērtējumu, ka, N tiecoties uz bezgalību, gandrīz visām Būla funkcijām kvantu vaicājumsarežģītība ir N/2 – o(N). Tā kā tas ar precizitāti līdz o(N) sakrīt ar augšējo novērtējumu, tad ar to problēma būtībā ir atrisināta.

Papildus tam, ir piedāvāta alternatīva nedeterminētā vaicājošā algoritma definīcija un pētīta šāda modeļa sarežģītība, izmantojot Fano plaknes Būla funkciju, kā arī pētīta vaicājošo algoritmu sarežģītība attiecībā uz permutācijām.

Publikācijas:

1. A. Vasilieva, T. Miscenko-Slatenkova, R. M. Freivalds, R. Tarasovs. Quantum vs. Deterministic Queries on Permutations. Proceedings of the 3rd Workshop on Reversible Computation (RC), Gent, Belgium, July 4th–5th, 2011, pp.187–194.
2. A. Ambainis, A. Bačkurs, J. Smotrovs, R. de Wolf. Optimal quantum query bounds for almost all Boolean functions. *Proceedings of STACS'2013.*

Referāti:

1. A. Ambainis, A. Bačkurs, J. Smotrovs. Kvantu algoritmi nejaušām Būla funkcijām. Latvijas Universitātes 70. Konference, 2012.g. 3. februāris.
2. A. Ambainis. What is the smallest possible quantum query complexity for a total function? Joint Estonian-Latvian Theory Days, Lilaste, Latvia, Sept. 27–30, 2012.
3. J. Smotrovs. Quantum complexity of random Boolean functions. Joint Estonian-Latvian Theory Days, Lilaste, Latvia, Sept. 27–30, 2012.

Kvantu nelokalitāte un kvantu spēles. Viena no interesantākajām kvantu mehānikas iezīmēm ir, ka ar kvantu efektiem var panākt būtiski lielāku statistisko korelāciju starp pusēm, kas nevar sazināties, nekā ar jebkādiem klasiskiem paņēmieniem. Šos efektus var pētīt caur kvantu spēlēm.

Kvantu spēles ir divu vai vairāk spēlētāju kooperatīvas spēles, kur spēlētāji nevar sazināties savā starpā. Tiesnesis aizsūta katram spēlētājam nejauši izvēlētu informāciju (ieejas datus) un saņem no katra spēlētāja atbildi (izejas datus). Spēlētāji uzvar, ja izejas dati apmierina noteiktu nosacījumu, kas var būt atkarīgs no ieejas datiem. Kvantu spēļu slavenākais piemērs ir CHSH (Clauser-Horne-Shimonyi-Holt) spēle, kurā spēlētāji, kas

izmanto kvantu efektus var uzvarēt ar varbūtību 0.85..., bet spēlētāji, kas neizmanto kvantu efektus – tikai ar varbūtību 0.75. Šo spēli var izmantot kā eksperimentu, kas pārbauda kvantu mehānikas pareizību.

Nelokālās (nevietējās) spēles ir spēles, kurās spēlētāji (piemēram, atrodoties tālu cits no cita) spēles laikā nevar sazināties, tomēr cenšas risināt kādu uzdevumu, kura atrisinājums atkarīgs no visu viņu ieejas datiem, lai arī katrs spēlētājs redz tikai savus ieejas datus (ieejas datus spēlētāji saņem no tiesneša, kas tos izsūta atbilstoši kādam varbūtību sadalījumam). Uzdevuma risināšanā spēlētāji parasti drīkst izmantot kopīgu nejaušību. Klasiskajā gadījumā tā ir nejaušu bitu virkne, ar kuru pirms spēles spēlētāji dalās savā starpā. Kvantu gadījumā tas ir kvantu sapīts stāvoklis, kura daļas pirms spēles spēlētāji izdala savā starpā. Spēlētāju sasniegumi tiek mērīti ar spēles vērtību, kas ir starpība starp varbūtību, ka spēlētāji uzdevumu atrisina un varbūtību, ka tie to neatrisina.

Nelokālās spēles cita starpā ir ērts paņēmiens, kas parāda klasiskās fizikas nepietiekamību kvantu parādību izskaidrošanā jeb, datorikas terminos, kvantu skaitļošanas pārākumu pār klasisko.

2010. gadā projekta ietvaros tika pētītas kvantu spēles, īpašu uzmanību pievēršot XOR spēlēm – spēlēm, kurās uzvaras nosacījumam svarīgs tikai *izslēdzošais vai* no izejas datiem. Šī ir viena no svarīgākajām kvantu spēļu apakšklasēm un tā ietver vairākas plaši zināmas kvantu spēles, t.sk. CHSH spēli. Izstrādātas jaunas metodes XOR spēļu analīzei, ja ir vairāk kā 2 spēlētāji.

2011. gadā ir pabeigti konkrēto spēļu gadījumu pētījumi, iegūtie rezultāti apkopoti zinātniskā rakstā. Raksts būtībā parāda, ka dažādu spēļu gadījumā notiek stipri atšķirīgas lietas. Ir spēles, kur pie sliktākā sadalījuma spēlētāji tik un tā var sasniegt to pašu spēles vērtību kā pie vienmērīgā sadalījuma, gan klasiskajā, gan kvantu gadījumā; ir spēles, kurās sliktākajā gadījumā sasniedzamā vērtība ir daudz zemāka nekā pie vienmērīgā sadalījuma. Ir spēles, kur kvantu gadījumā spēlētāji var sasniegt maksimālo iespējamo spēles vērtības pārsvaru pār klasisko gadījumu; ir spēles, kur kvantu gadījumā spēlētāji būtībā nevar sasniegt neko vairāk par klasisko gadījumu.

2011. gadā ir pētīts arī cits ar nelokālām spēlēm saistīts uzdevums: cik daudz spēlētāji var sasniegt nejaušā XOR spēlē (šoreiz ar vienmērīgo ieejas datu sadalījumu) jeb vidēji pa visām XOR spēlēm ar dotajiem parametriem. Par XOR spēli sauc tādu nelokālu spēli, kur spēlētāju veiksmes kritērijs ir atkarīgs tikai no 1) viņu saņemtajiem ieejas datiem un 2) viņu izdoto izejas datu-bitu izslēdzošā vai vērtības. Ar nejaušu XOR spēli saprotam tādu, kur pie katriem ieejas datiem tas, kura no divām iespējamām izejas bitu XOR vērtībām – 0 vai 1 – ir uzvarošā, tiek noteikts nejauši (mēs aplūkojām: ar varbūtību ½ nulle, ar varbūtību ½ viens).

Ar dažādiem, arvien sarežģītākiem paņēmieniem pamazām izdevās iegūt gan augšējos, gan apakšējos novērtējumus sasniedzamajai spēles vērtībai gan klasiskajā, gan kvantu gadījumā. Galvenais rezultāts: gandrīz visām XOR spēlēm kvantiski var sasniegt vismaz 1,2 reizes labāku vērtību nekā klasiski. Precizējot novērtējumus, var izdoties šo koeficientu vēl uzlabot.

2012. gadā pabeigts pētījums, konstatējot, ka nejaušām nelokālām spēlēm ar N spēlētājiem (XOR spēļu modelī) kvantu stratēģijas sasniedz $\Theta\left(\sqrt{\log N}\right)$ reizes lielāku vērtību nekā labākā klasiskā stratēģija.

Publikācijas:

1. A. Ambainis, D. Kravchenko, N. Nahimovs, A. Rivosh. Nonlocal Quantum XOR

Games for Large Number of Players. *Proceedings of TAMC'2010*, Lecture Notes in Computer Science, vol. 6108, pp. 72 –83.

2. A. Ambainis, A. Bačkurs, K. Balodis, D. Kravcenko, R. Ozols, J. Smotrovs, M. Virza. Quantum strategies are better than classical in almost any XOR game. Proceedings of ICALP'2012, Lecture Notes in Computer Science, 7391:25-37, 2012.
3. A. Ambainis, J. Iraids, D. Kravchenko, M. Virza. Advantage of Quantum Strategies in Random Symmetric XOR Games. *Proceedings of MEMICS'2012*, Lecture Notes in Computer Science, 7721:57–68, 2012.
4. A. Ambainis, A. Bačkurs, K. Balodis, A. Škuškovniks, J. Smotrovs, M. Virza. Worst case analysis of non-local games. Proceedings of SOFSEM'2013, Lecture Notes in Computer Science, 7741:121–132.

Referāti:

1. A. Škuškovniks. Bell inequalities and game theory. Latvian-Estonian Theory Days, Salacgrīva, 30.09.2010–3.10.2010.
2. D. Kravchenko. Symmetric nonlocal games. 14th workshop on Quantum Information Processing - QIP 2011, Singapūra, 2011.g. 12. janvāris.
3. A. Škuškovniks, K. Balodis. N-player nonlocal games with worst-case distribution on inputs, 8th Central European Quantum Information Procesing workshop (CEQIP 2011), 2011.g. 3. jūnijs.
4. A. Škuškovniks. Klasiskā un kvantu spēļu teorija. LU un LMT datorzinātņu dienas, Ratnieki, Latvija, 2011.g. 9. augusts.
5. A. Ambainis, A. Bačkurs, K. Balodis, D. Kravčenko, R. Ozols, J. Smotrovs, M. Virza. Quantum strategies are better than classical in almost any XOR game. 15th International Workshop on Quantum Information Processing, 2011.g. 12. decembris
6. A. Ambainis, A. Bačkurs, K. Balodis, D. Kravčenko, R. Ozols, J. Smotrovs, M. Virza. Random non-local games. Workshop on geometry of quantum entanglement. Marseļa, Francija, 2012.g. 9.janvāris.
7. A. Ambainis. New models for non-local games. Quantum Information Theory (QIT), Fukui, Japāna, 2012.g. 20. maijs.
8. A. Škuškovniks. Worst case analysis of non-local games. Computability in Europe 2012 (CiE 2012), Cambridge, UK, 2012.g. 23. jūnijs.
9. A. Ambainis. Quantum strategies are better than classical for almost any non-local game. International Colloqium on Automata, Languages and Programming, Vorvika, Anglija, 2012. g. 12. jūlijs.
10. A. Ambainis. Ievads kvantu skaitļošanā. Kvantu nelokalitāte. LU un LMT Datorzinātņu dienas, "Ratnieki", Līgatnes novads, 2012.gada 7. augusts.

Kvantu automāti. Tiek pētīts, kādas regulāras valodas galīgie kvantu automāti pazīst ar izolētu šķēluma punktu. Šī mērķa realizācijai ir uzstādīts plāns raksturot valodas, kādas pazīst kvantu galīgie automāti šādās valodu klasēs (katra nākošā klase ir plašāka par iepriekšējo):

1. R-triviālās idempotentās valodas (R1 valodas);
2. Visas R-triviālās valodas (R valodas);
3. ER1 valodas;
4. ER valodas.

Kopumā ir izpildīts plāna 1. punkts. Katrai R1 valodai tika definēta noteikta veida lineāru nevienādību sistēma. Noskaidrots, ka R1 valodu var pazīt ar kvantu galīgo automātu tad un tikai tad, ja valodai atbilstošā lineāru nevienādību sistēma ir savietojama. Turklāt, ja nevienādību sistēma ir savietojama, tad ar tās atrisinājuma palīdzību var uzkonstruēt kvantu automātu, kas pazīst atbilstošo R1 valodu. Tika arī noskaidrots, ka vesela virkne kvantu automātu modeļu (kvantu galīgie automāti, varbūtiskie apgriežamie automāti, Najaka kvantu automāti un bistohastiskie kvantu automāti) pazīst vienas un tās pašas R1 valodas. Pierādīta virkne rezultātu par kvantu galīgiem automātiem ar izeju (transdjūseriem).
Tā kā kvantu automātiem, kuriem bez kvantu informācijas eksistē arī makroskopiska informācija (izdrukas uz lentes, galviņu novietojums uz lentes, u.c.), amplitūdu saskaitīšanai ir savas īpatnības, iespējams iegūt rezultātus, kas ir atšķirīgi gan no determinētiem, gan arī no tradicionālajiem kvantu automātiem.
Pierādīts, ka līdz šim zināmās aizliegtās konstrukcijas neaptver visu to regulāro valodu klasi, kuras nevar pazīt ar kvantu automātiem. Vienlaicīgi ir pētīta arī kvantu operāciju dinamika, kvantu operāciju izpildot vairākas reizes pēc kārtas.
Veikti pētījumi par R1 valodām varbūtiskiem apgriežamiem automātiem bez sākuma marķieriem. Pierādīts, ka apstādināmie varbūtiskie apgriežamie automāti bez sākuma marķiera pazīst tikai apakškopu no tām valodām, ko apstādināmie varbūtiskie apgriežamie automāti ar sākuma marķieri.
Publikācijas:

1. R. Agadzanyan, R. M. Freivalds. Finite state transducers with intuition. *Proceedings of UC'2010*, Lecture Notes in Computer Science, vol. 6079, p. 11–20, 2010.
2. A. Ambainis. Quantum Finite Automata. *NCMA 2011*: 9–13.
3. A. Ambainis, A. Yakaryilmaz: Superiority of exact quantum automata for promise problems. Information Processing Letters, 112(7): 289-291 (2012)
4. K. Balodis, R. M. Freivalds, L. Pretkalniņa, I. Rumkovska and M. Virza. Language Recognition by Nonconstructive Finite Automata. *Proceedings of SOFSEM 2010*, vol. 2, pp. 14–21, 2010.
5. K. Balodis, I. Kucevalovs, R. Freivalds. Frequency Prediction of Functions. Proceedings of MEMICS'2011, Lecture Notes in Computer Science, vol. 7119, p. 76-83, 2012.
6. K. Balodis, A. Beriņa, G. Borovitsky, R. Freivalds, G. Garkāje, V. Kacs, J. Kalējs, I. Kucevalovs, J. Ročāns, M. Virza "Probabilistic and Frequency Finite-State Transducers" Proceedings of "SOFSEM 2012: Theory and Practice of Computer Science", Volume II, pp. 1-12 ISBN 978-80-87136-13-3.
7. R. M. Freivalds. Amount of nonconstructivity in deterministic finite automata. *Theoretical Computer Science*, vol. 411 (38–39), pp. 3436–3443, 2010.
8. R. Freivalds. Multiple Usage of Random Bits in Finite Automata. Proceedings of TAMC'2012, Lecture Notes in Computer Science, vol. 7287, pp. 537-547, 2012.
9. R. Freivalds**.** Ultrametric automata and Turing machines. In: Voronkov, A. (ed.) Turing-100. EPiC Series, vol. 10, pp. 98-112. EasyChair (2012)
10. R. Freivalds, T. Zeugmann: On the Amount of Nonconstructivity in Learning Recursive Functions. Proceedings of TAMC 2011, Lecture Notes in Computer Science 6648:332-343.
11. R. M. Freivalds, A. Yakaryılmaz, A. C. Cem Say. A new family of nonstochastic

languages. *Information Processing Letters*, vol. 110 (10), pp. 420–423, 2010.

12. M. Golovkins, J.-E. Pin. Varieties Generated by Certain Models of Reversible Finite Automata. *Chicago Journal of Theoretical Computer Science*, Article 2, Volume 2010.
13. M. Golovkins, M. Kravtsev, V. Kravcevs. Quantum Finite Automata and Probabilistic Reversible Automata: R-trivial Idempotent Languages. *MFCS 2011*, Lecture Notes in Computer Science; Vol. 6907, p. 351–363, 2011.
14. O. Scegulnaja-Dubrovska, L. Lāce, R. M. Freivalds. Postselection finite quantum automata. *Proceedings of UC'2010*, Lecture Notes in Computer Science, vol. 6079, p. 115–126, 2010.
15. A. Škuškovniks. On languages not recognizable by One-way Measure Many Quantum Finite automaton. Scientific Papers, University of Latvia, 2012. Vol. 787, pp. 146–151.
16. A. Tarvid, R. Freivalds. The computational advantage of probabilistic automata over deterministic automata in hyperbolic plane. Acta Physica Polonica, B Proceedings Supplement, vol. 5, pp. 145-152, 2012
17. A. Yakaryılmaz, R. M. Freivalds, A. C. Cem Say, R. Agadzanyan. Quantum Computation with Devices Whose Contents Are Never Read. *Proceedings of UC'2010*, Lecture Notes in Computer Science, vol. 6079, p. 164–174, 2010.

Referāti:

1. K. Balodis, R. Freivalds, L. Pretkalniņa, I. Rumkovska and M. Virza. Nonconstructive Language Recognition by Finite Automata. SOFSEM 2010, the 36th International Conference on Current Trends in Theory and Practice of Computer Science, 27.01.2010.
2. R. M. Freivalds. Galīgi automāti, kas lieto uzrakstītus nejaušus bitus. Referāts LU 68. zinātniskās konferences sekcijā "Datorzinātne un informācijas tehnoloģijas" 12.02.2010.
3. M. Golovkins, M. Kravcevs, V. Kravcevs. R-triviālu valodu klašu ģenerēšana ar varbūtiskiem apgriežamiem un kvantu galīgiem automātiem. Referāts LU 68. zinātniskās konferences sekcijā "Datorzinātne un informācijas tehnoloģijas" 12.02.2010.
4. R. Agadzanyan, R. M. Freivalds. Finite state transducers with intuition. International Conference on Unconventional Computation (UC'2010), Tokija, Japāna, 2010.g. jūnijs.
5. O. Scegulnaja-Dubrovska, L. Lāce, R. M. Freivalds. Postselection finite quantum automata. International Conference on Unconventional Computation (UC'2010), Tokija, Japāna, 2010.g. jūnijs.
6. A. Yakaryılmaz, R. Freivalds, A. C. Cem Say, R. Agadzanyan. Quantum Computation with Devices Whose Contents Are Never Read. International Conference on Unconventional Computation (UC'2010), Tokija, Japāna, 2010. g. jūnijs.
7. M. Golovkins. R-trivial idempotent languages recognized by quantum finite automata. Latvian-Estonian Theory Days, Salacgrīva, 30.09.2010–3.10.2010.
8. A. Ambainis. Quantum finite automata. 3rd International Workshop on Non-Classical Models of Automata and Applications (NCMA11), Milāna, Itālija, 2011.g.

19. jūlijs.
9. M. Golovkins, M. Kravtsev and V. Kravcevs. Quantum Finite Automata and Probabilistic Reversible Automata: R-trivial Idempotent Languages. Varšava, Polija, MFCS, 2011. g. 24. augusts.
10. R. M. Freivalds. Quantum finite automata on infinite words. Dagstuhl Seminar, Design of Reversible and Quantum Circuits, 2011.g. 11.–14. decembris.
11. R. M. Freivalds. Quantum finite automata on infinite words. Igaunijas datorzinātņu teorijas dienas, 2012.g. 28. janvāris.
12. R. M. Freivalds. Multiple usage of random bits by finite automata. Theory and Applications of Models of Computing (TAMC), Pekina, Ķīna, 2012.g. 20. maijs.
13. R. Freivalds. Ultrametric versus Archimedean automata. Computability in Europe 2012 (CiE 2012), Cambridge, UK, 2012.g. 22. jūnijs
14. R. M. Freivalds. Ultrametric automata and Turing machines. Tokyo Institute of Technology, 2012.g. 25. jūlijs.
15. R. M. Freivalds. Ultrametric automata and Turing machines. Kyoto university, 2012. g. 27. jūlijs.
16. M. Golovkins. "Kvantu operāciju dinamika", LU un LMT Datorzinātņu dienas, "Ratnieki", Līgatnes novads, 2012. gada 7. augusts.
17. R. M. Freivalds. Ultrametric automata and Turing machines. ERATO laboratorijā Sapporo universitātē, Japāna, Sept. 12, 2012.
18. M. Golovkins. Quantum operation dynamics. Joint Estonian-Latvian Theory Days, Lilaste, Latvia, Sept. 27–30, 2012.

Kvantu loģika. Veikta algebrisko struktūru, kas rodas zināšanu bāzu teorijā, identifikācija un izpēte. Risināta problēma, kādās sistēmu klasēs katru zināšanu reprezentācijas sistēmu var simulēt ar informatīvi pilnu (jeb determinētu) sistēmu. Veikti pētījumi par kopīgo starp zināšanu reprezentācijas sistēmām un kvantu sistēmām, izvērtētas kvantu loģikas un noteikta tipa informācijas sistēmu algebrisko modeļu kopīgās un atšķirīgās īpašības. Pētīti kvantu loģikas, daudzvērtīgās loģikas un informāciju sistēmas algebriskie modeļi. Pētītas algebriskās struktūras, kurām ir tiešs sakars ar (algebrisko) kvantu loģiku, kā arī ar t.s. aproksimācijas operatoriem raupjo kopu (rough sets) teorijā.
Vairākkārt ir cilāta vispārīga tēma "Kvantu loģikai līdzīgas struktūras informācijas sistēmās". Izvērtēts konkrēts gadījums, kad informācijas sistēma ir nedeterminēts automāts un ar to veic eksperimentus. Galvenais matemātiskais rezultāts: katrs ND-automāts līdz šim nepētītā veidā noved pie noteikta veida idempotentas pusgrupas, pēc kuras to var restaurēt ne pilnībā, bet ar precizitāti līdz labi aprakstāmai ekvivalencei. Konceptuāli – ir noskaidrots, ka un kā no tādas pusgrupas līdz minētajām kvantu loģikām līdzīgajām struktūrām var nonākt, jau iztiekot bez paša automāta, kā arī, ka šī pieeja automātu loģikām atšķiras no divām agrāk pazīstamām un pa ceļam dod arī virkni citu algebrai interesantu struktūru.
Publikācijas:
1. J. Cīrulis**,** *Nearlattices with an Overriding Operation*, Order 2010. DOI: 10.1007/s11083-010-91526. http://www.springerlink.com/content/667406620p7u3873/fulltext.pdf
2. J. Cīrulis, Residuation subreducts of pocrigs, *Bull. Sect. Logic (Lodz)* 39 (2010), pp 11–16.
3. J. Cīrulis, Skew nearlattices: some structure and representation theorems. *Contrib.*

Gen. Algebra 19 (2010), 33–41.

4. J. Cīrulis, Subtraction-like operations in nearsemilattices. *Demonstratio Math.*, 43 (2010), 725–738.
5. J. Cīrulis, Weak relative pseudocomplements in posets, *Bull. Sect. Logic (Lodz)* 40 (2010) 1–12.
6. J. Cīrulis, Freeoids: a semiabstract view on endomorphism monoids of relatively free algebras, *Algebra Universalis*, 65 (2011), 41—60.
7. J. Cīrulis, Weak relative pseudocomplements in semilattices. *Demonstratio Mathematica* (44) (2011), 651–672.
8. J. Cīrulis, Symmetric closure operators on orthoposets. In: J.Czermak e.a. (eds.) *Contr. General Algebra*, 20 (Proc. 81st Workshop on General Algebra, Salcburg, Feb. 3-6, 2011). Verl. Johannes Heyn, Klagenfurt, 2012, 19—28.
9. J. Cīrulis, Orthoposets with quantifiers. *Bull.Sect. Logic (Lodz)*, 41 (2012), 1-12.
10. J. Cīrulis, Adjoint semilattice and minimal Brouwerian extensions of a Hilbert algebra. *Acta Univ. Palack. Olomouc, Fac. rer. nat, Mathematica* 51 (2012), 41–51.

Referāti:

1. J. Cīrulis. Weak relative pseudocomplementation. „Zastosowania Algebry w Logice i InformatyceXIV / Applications of Algebra XIV" (Zakopane, 8–14 III, 2010).
2. J. Cīrulis. Semiring-valued fuzzy sets and monads over a category. Latvijas Matemātikas 8. konference (Valmiera, 9.–10. IV, 2010).
3. J. Cīrulis On associatively augmented nearlattices. „Algebra and its applications" (Kaariku, Igaunija, 30.IV—2.V, 2010).
4. J. Cīrulis. A construction of an orthomodular poset with quantifiers. SUMMER SCHOOL ON GENERAL ALGEBRA AND ORDERED SETS 2010: Malenovice (Czech Republic), Sept. 4—10, 2010, http://ssaos2010.inf.upol.cz.
5. J. Cīrulis. „Orthoposets: a construction of quantifiers." 81. Arbeitstagung Allgemeine Algebra / 81st Workshop on General Algebra, Salzburg, Feb. 3–6, 2011, http://dmg.tuwien.ac.at/aaa81.
6. J. Cīrulis. Orthoposets with quantifiers. Zastosovania Algebry w Logice i Informatyce: Zakopane (Polija), 7.–13. marts. http://ajd.czest.pl/~aalcs/index.php
7. J. Cīrulis. A topological representation of residuation subreducts of residuated integral pogroupoids. Workshop Algebra and its applications, Daugavpils, 29 aprīlis – 1. maijs. http://www.de.dau.lv/aa2011.
8. J. Cīrulis. Glivenko operators on Hilbert algebras.Second International Conference on Order, Algebra, and Logics, OAL2.0 Krakova, 2011.g. 6.–10. jūnijs.
9. J. Cīrulis. Structure of quantum logics: a computer science view. Summer School on General Algebra and Ordered Sets Svratkā (Čehija), 3.–9. sept.. http://math.muni.cz/~ssaos/
10. J. Cīrulis. Quantum logic like structures arising in computer science. Workshop on Algebraic Methods in Quantum Logic, 8.–9. sept., http://ameql.math.muni.cz/workshop.html (ar pavadošo semināru)
11. J. Cīrulis. "RIGHT NORMAL BANDS DERIVED FROM ND-AUTOMATA". Applications of Algebra in Logic and Computer Science XVI , Zakopane,

February 27 – March 4, 2012

12. J. Cīrulis. Papildinājumi S. Gudera teorēmai par sakārtojumu kvantu novērojamajiem. Latvijas Matemātikas biedrības 9. konference, Jelgava, 2012.g. 30.–31. marts.
13. J. Cīrulis. Orthonearsemilattices: examples and some structure theorems. Seminārs „Algebra and its applications", Sokka, Igaunija, 2012.g. 27.–29. aprīlis.
14. J. Cīrulis, Regular double Stone algebras and inversion domains. The 50th Summer School on Algebra and Ordered Sets, Novy Smokovec, Slovakia, Sept. 2 –7, 2012.
15. J. Cīrulis, Some algebraic structures related with ND-automata. Joint Estonian-Latvian Theory Days, Lilaste, Latvia, Sept. 27–30, 2012.